

2つの数の和・積の問題 ①（平方完成の型つき）

なまえ _____

平方完成の型をなぞって、最大・最小を求める

ひづけ _____

(1)x、yが何か→(2)変域→(3)式→(4)平方完成→(5)頂点と変域→(6)答える、の順に解こう。

- ① 和が10である2つの正の数があります。一方をx、2つの数の積をyとして、積の最大値と、そのときのxを求めなさい。

(1) xは() yは()

(2) xの変域()

(3) $y = ()x^2 + ()x + ()$

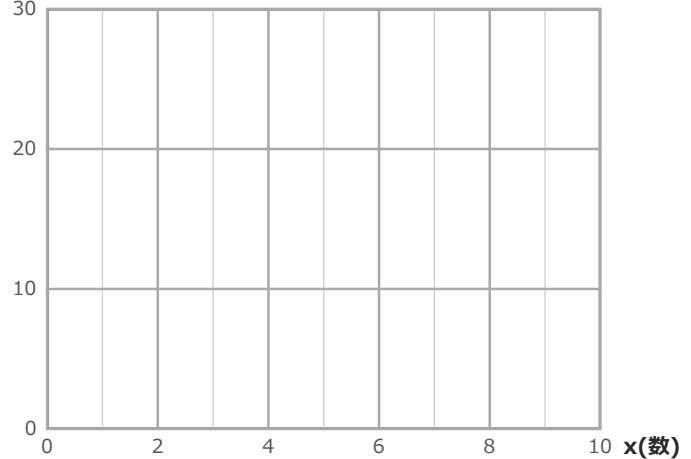
(4) $y = ()(x - ())^2 + ()$

(5) 頂点(,) 入る・入らない (○)

(6) 答え()

計算メモ (式の展開・平方完成の途中など)

y(積) グラフ (かいてよい)



- ② 2つの正の数の和は18です。一方をx、2つの数の積をyとして、積の最大値と、そのときのxを求めなさい。

(1) xは() yは()

(2) xの変域()

(3) $y = ()x^2 + ()x + ()$

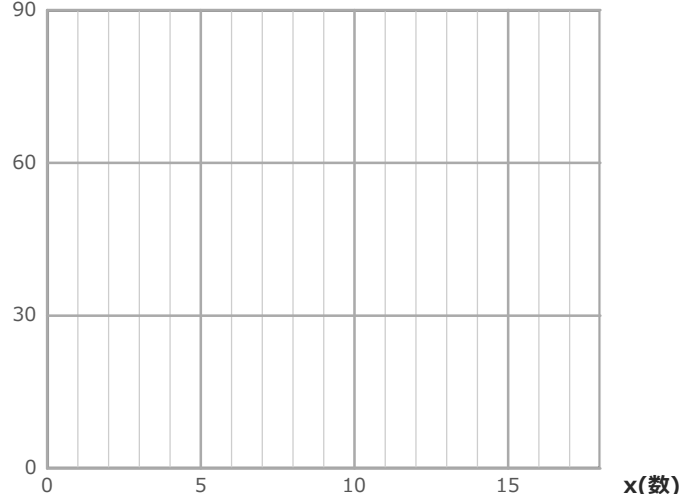
(4) $y = ()(x - ())^2 + ()$

(5) 頂点(,) 入る・入らない (○)

(6) 答え()

計算メモ (式の展開・平方完成の途中など)

y(積) グラフ (かいてよい)



- ③ 和が26の2つの正の数について、一方をx、積をyとします。積の最大値と、そのときのxを求めなさい。

(1) xは() yは()

(2) xの変域()

(3) $y = ()x^2 + ()x + ()$

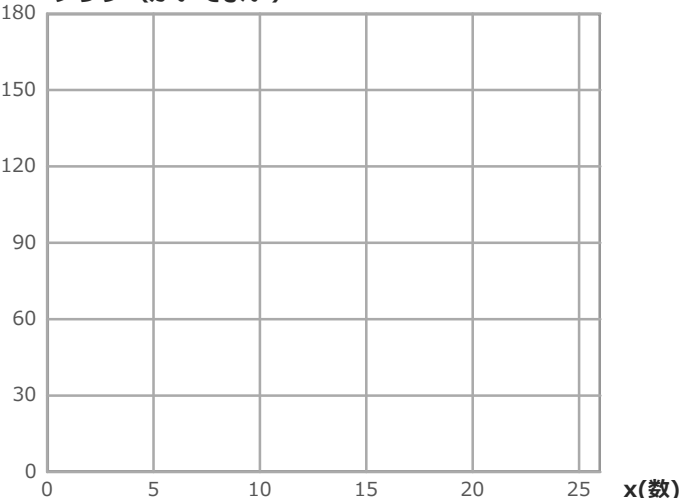
(4) $y = ()(x - ())^2 + ()$

(5) 頂点(,) 入る・入らない (○)

(6) 答え()

計算メモ (式の展開・平方完成の途中など)

y(積) グラフ (かいてよい)



2つの数の和・積の問題 ②（型なし）

型なしで、式をつくって最大・最小を求める

なまえ _____

ひづけ _____

式は自分でつくって、平方完成して頂点を求めよう。変域に頂点が入るかも確かめよう。

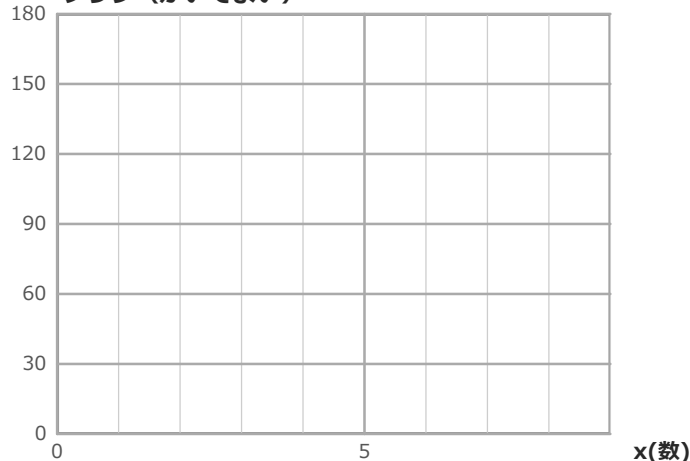
- ① 和が9である0以上の2つの数があります。一方を x 、 x の2乗に、もう一方の2乗の2倍をたした数を y として、 y の最小値と、そのときの x を求めなさい。

(1) x は () y は ()

(2) 変域 (3) 式・平方完成・頂点

(4) 答え _____

y (和) グラフ (かいてよい)



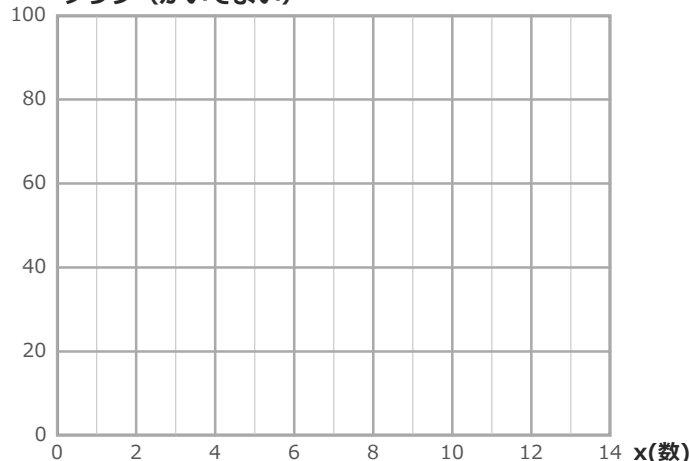
- ② 和が14である2つの正の数があります。一方を x 、一方を2倍した数ともう一方の数の積を y として、 y の最大値と、そのときの x を求めなさい。

(1) x は () y は ()

(2) 変域 (3) 式・平方完成・頂点

(4) 答え _____

y (積) グラフ (かいてよい)



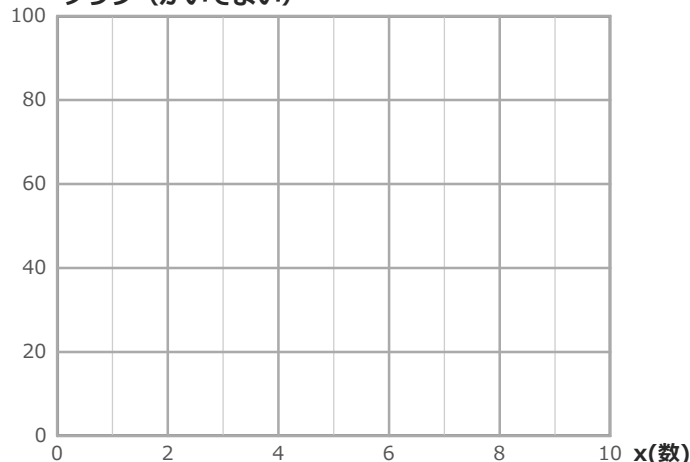
- ③ 和が10である0以上の2つの数があります。一方を x 、 x の2乗ともう一方の数の4倍の和を y として、 y の最小値と、そのときの x を求めなさい。

(1) x は () y は ()

(2) 変域 (3) 式・平方完成・頂点

(4) 答え _____

y (和) グラフ (かいてよい)



2つの数の和・積の問題 ③（きかれ方）

なまえ _____

きかれ方がちがっても、式から求めて答える

ひづけ _____

「きかれていること」に線を引こう。式から求めて、きかれているものに直して答えよう。

① 正の2つの数 a 、 b について、 $3a+b=30$ です。積 ab がいちばん大きくなるとき、 b の値を求めなさい。

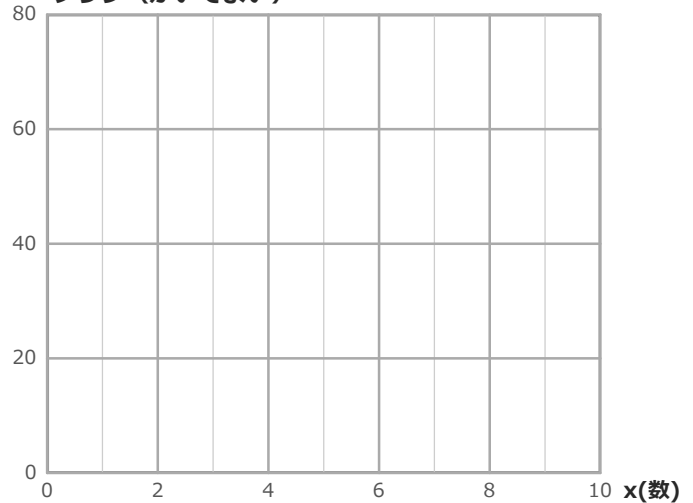
(1) きかれているのは (_____)

(2) x は (_____) y は (_____)

(3) 変域・式・平方完成・頂点（かいてよい）

(4) 答え _____

y (積) グラフ（かいてよい）



② 和が16である0以上の2つの数があります。一方を x 、平方の和を y として、平方の和がいちばん小さくなるときの2つの数と、その平方の和を求めなさい。

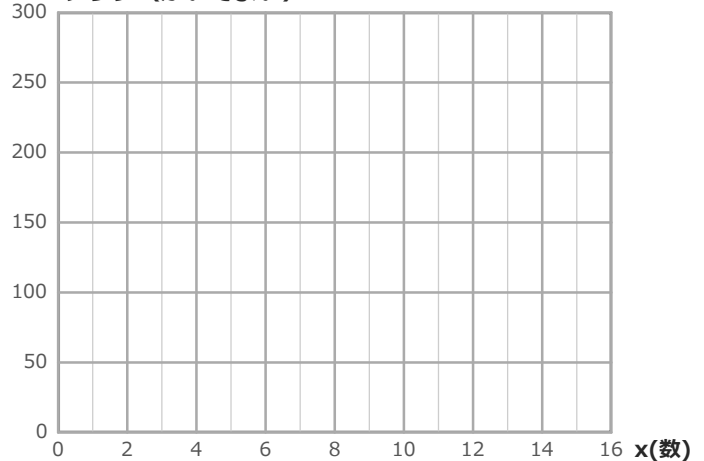
(1) きかれているのは (_____)

(2) x は (_____) y は (_____)

(3) 変域・式・平方完成・頂点（かいてよい）

(4) 答え _____

y (和) グラフ（かいてよい）



③ 正の2つの数 a 、 b について、 $a+2b=36$ です。積 ab がいちばん大きくなるとき、 a と b の差は何ですか。

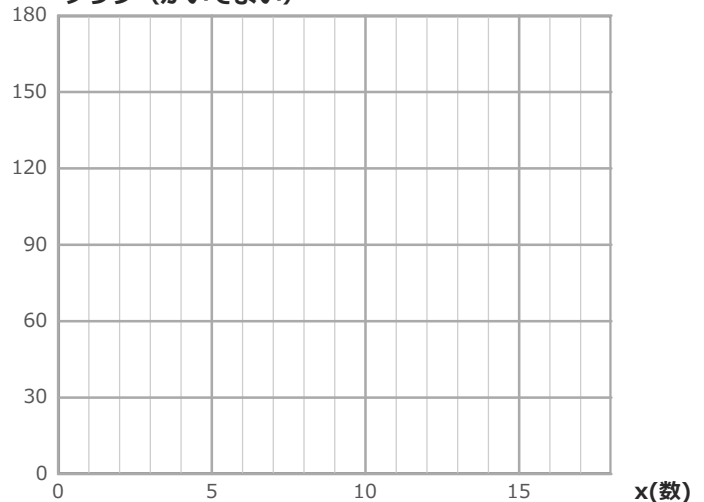
(1) きかれているのは (_____)

(2) x は (_____) y は (_____)

(3) 変域・式・平方完成・頂点（かいてよい）

(4) 答え _____

y (積) グラフ（かいてよい）



2つの数の和・積の問題 ④ (変域・整数)

なまえ _____

変域や整数の条件で、答えが変わるかを確かめる

ひづけ _____

頂点に変域に入るか、 x が整数かを確かめよう。入らないときは、変域の端の値で比べよう。

- ① 和が8である2つの数があり、どちらも1以上です。一方を x 、2つの数の平方の和を y として、 y の最小値と、そのときの x を求めなさい。

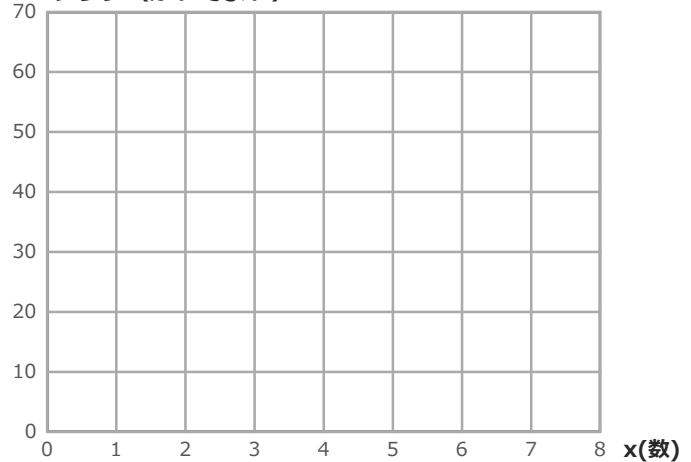
(1) $x \cdot y$ (2) 変域・式・頂点 (確かめも)

(3) 頂点の x は条件に合う? 合う・合わない (○)

(4) 答え _____

(5) 理由 _____

y (和) グラフ (かいてよい)



- ② 和が20である2つの正の数のうち、大きいほうは14以上です。大きいほうを x 、2つの数の積を y として、積の最大値と、そのときの x を求めなさい。

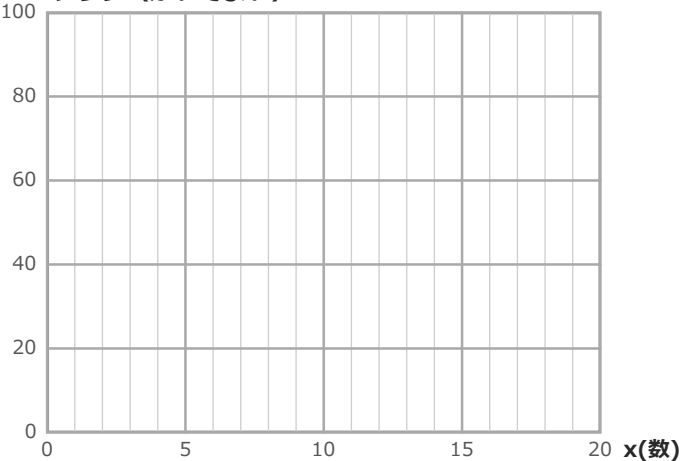
(1) $x \cdot y$ (2) 変域・式・頂点 (確かめも)

(3) 頂点の x は条件に合う? 合う・合わない (○)

(4) 答え _____

(5) 理由 _____

y (積) グラフ (かいてよい)



- ③ 和が11である0以上の2つの整数があります。一方を x 、2つの整数の平方の和を y として、 y の最小値と、そのときの2つの整数を求めなさい。

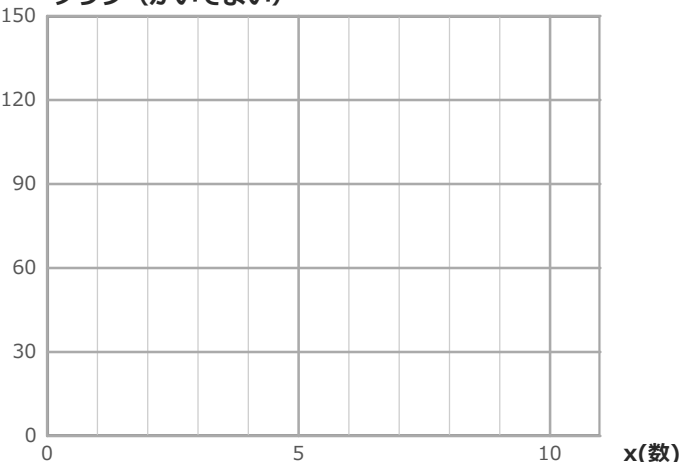
(1) $x \cdot y$ (2) 変域・式・頂点 (確かめも)

(3) 頂点の x は条件に合う? 合う・合わない (○)

(4) 答え _____

(5) 理由 _____

y (和) グラフ (かいてよい)



2つの数の和・積の問題 ⑤（条件がふえる）

条件がふえても、式をつくって最大・最小を求める

なまえ _____

ひづけ _____

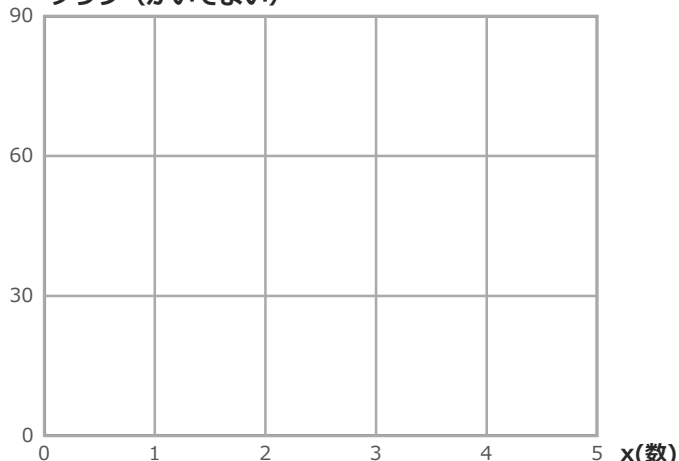
xが何か、変域は何かを書き出してから式をつくろう。条件がふえても、式と変域から求めて答えよう。

- ① 和が9である3つの数があり、そのうち2つは同じ数で、どれも0以上です。同じ数をxとして、3つの数の平方の和yの最小値と、そのときのxを求めなさい。

(1) $x \cdot y$ ・変域 (2) 式と頂点を求める

(3) 答え _____

y(和) グラフ (かいてよい)

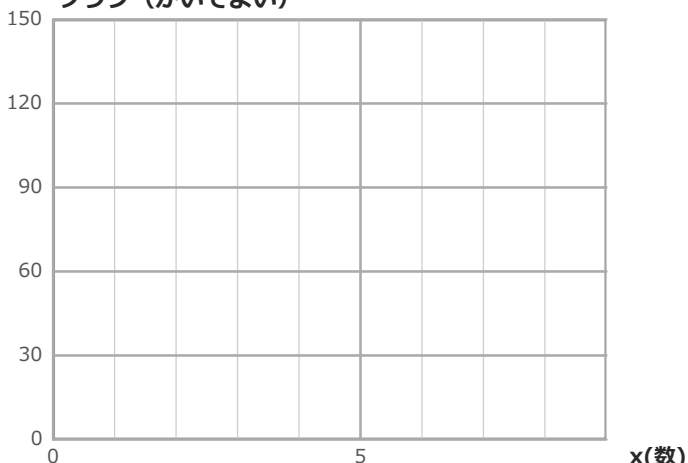


- ② 和が9である2つの数a、bがあり、aは0以上5以下です。 a^2+b^2+6b をyとして、yの最小値と、そのときのaを求めなさい。

(1) $x \cdot y$ ・変域 (2) 式と頂点を求める

(3) 答え _____

y(和) グラフ (かいてよい)

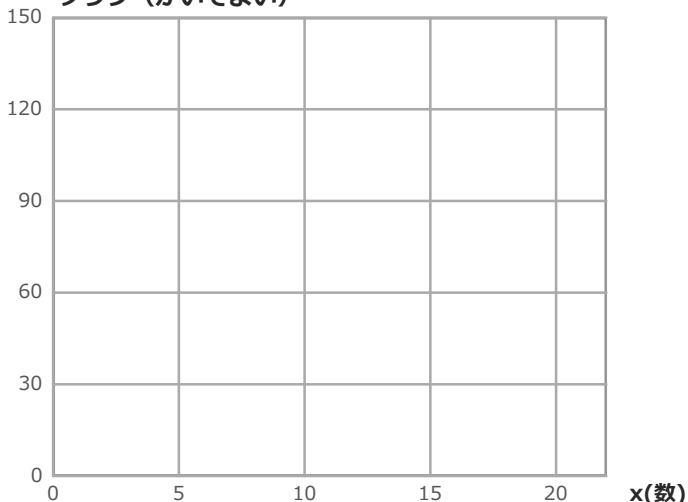


- ③ 和が22である2つの正の数a、bがあり、aはbの3倍以下です。積abの最大値と、そのときのaを求めなさい。

(1) $x \cdot y$ ・変域 (2) 式と頂点を求める

(3) 答え _____

y(積) グラフ (かいてよい)



2つの数の和・積の問題 ①（平方完成の型つき）【こたえ】

なまえ _____

こたえ・考え方・先生へ（配る前に外す）

ひづけ _____

① 一方の数をx、積をyとする

x	0	2	5	8	10
積 y	0	16	25	16	0

式 $y = -x^2 + 10x$

平方完成 $y = -(x-5)^2 + 25$

変域と頂点から求める

変域：もう一方 $10-x > 0$ より $0 < x < 10$

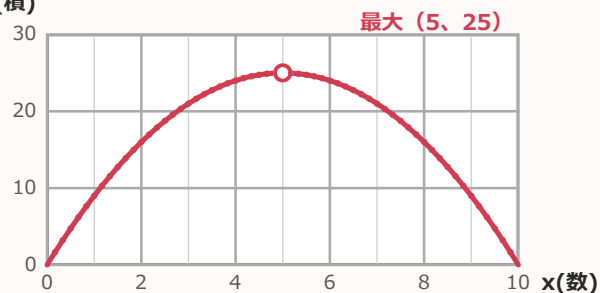
$$y = -(x^2 - 10x)$$

$$y = -((x-5)^2 - 25)$$

$$y = -(x-5)^2 + 25$$

頂点 (5, 25) は変域 $0 < x < 10$ に入る

y(積)



確かめ $x=5$ のとき もう一方 $=10-5=5$ 、積 $=5 \times 5 = 25$

答え $x=5$ のとき最大値25（2つの数は5と5）

考え方 一方がxなので、もう一方は $10-x$ 。積は $y = x(10-x) = -x^2 + 10x$ 。平方完成すると頂点が(5, 25)。

② 一方の数をx、積をyとする

x	0	4	9	14	18
積 y	0	56	81	56	0

式 $y = -x^2 + 18x$

平方完成 $y = -(x-9)^2 + 81$

変域と頂点から求める

変域：もう一方 $18-x > 0$ より $0 < x < 18$

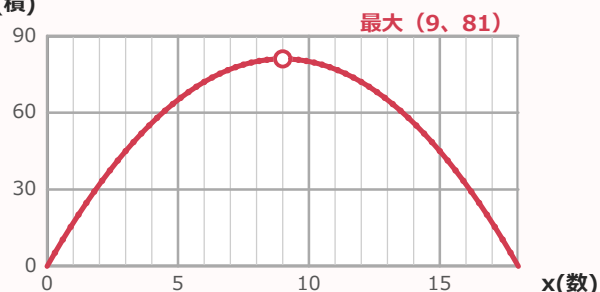
$$y = -(x^2 - 18x)$$

$$y = -((x-9)^2 - 81)$$

$$y = -(x-9)^2 + 81$$

頂点 (9, 81) は変域 $0 < x < 18$ に入る

y(積)



確かめ $x=9$ のとき もう一方 $=18-9=9$ 、積 $=9 \times 9 = 81$

答え $x=9$ のとき最大値81（2つの数は9と9）

考え方 一方がxなので、もう一方は $18-x$ 。積は $y = x(18-x) = -x^2 + 18x$ 。平方完成すると頂点が(9, 81)。

③ 一方の数をx、積をyとする

x	0	6	13	20	26
積 y	0	120	169	120	0

式 $y = -x^2 + 26x$

平方完成 $y = -(x-13)^2 + 169$

変域と頂点から求める

変域：もう一方 $26-x > 0$ より $0 < x < 26$

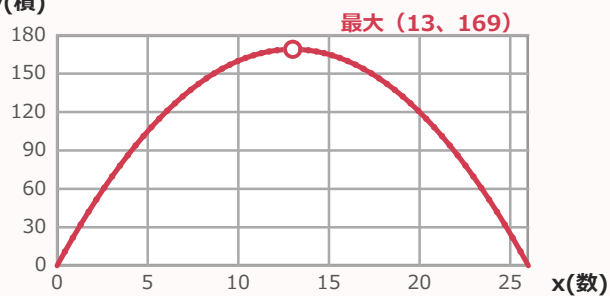
$$y = -(x^2 - 26x)$$

$$y = -((x-13)^2 - 169)$$

$$y = -(x-13)^2 + 169$$

頂点 (13, 169) は変域 $0 < x < 26$ に入る

y(積)



確かめ $x=13$ のとき もう一方 $=26-13=13$ 、積 $=13 \times 13 = 169$

答え $x=13$ のとき最大値169（2つの数は13と13）

考え方 一方がxなので、もう一方は $26-x$ 。積は $y = x(26-x) = -x^2 + 26x$ 。平方完成すると頂点が(13, 169)。

先生へ

- ・つまづきやすい所：もう一方の数を和から引いて「 $S-x$ 」と置けず、積 $y = x(S-x)$ の式が立たない。または $-x^2 + Sx$ の平方完成で、 -1 を外に出す所の符号を誤る。
- ・(4)の平方完成で、かつこの中の半分の2乗をたして引く所と、 -2 などをかけて外に出す所でつまづく。「xの係数の半分」を先に書かせ、 $(x-\square)^2$ を展開してもとにもどるか確かめさせる。
- ・表やグラフから頂点を読んで答えても正しい。式・表・グラフが同じ頂点になるかを見させる。
- ・答え面は、配る前に外してください。白黒で印刷できます。

2つの数の和・積の問題 ② (型なし) 【こたえ】

こたえ・考え方・先生へ (配る前に外す)

なまえ _____

ひづけ _____

① 一方の数をx、2乗の和をyとする

x	0	3	6	9
2乗の和 y	162	81	54	81

式 $y=3x^2-36x+162$

平方完成 $y=3(x-6)^2+54$

変域と頂点から求める

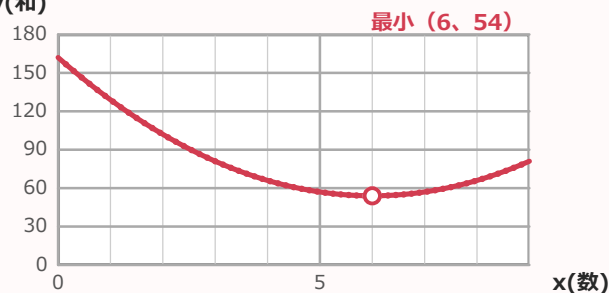
変域: $0 \leq x \leq 9$ (もう一方 $9-x \geq 0$)

$y=3(x^2-12x)+162$

$y=3((x-6)^2-36)+162$

$y=3(x-6)^2+54$

y(和)



確かめ $x=6$ のとき もう一方 $=9-6=3$, $y=6^2+2 \times 3^2=36+18=54$

答え $x=6$ のとき最小値54 (2つの数は6と3)

考え方 もう一方は $9-x$. $y=x^2+2(9-x)^2$ を展開して $3x^2-36x+162$. a が正なので頂点が最小で、頂点は $(6, 54)$ 。

② 一方の数をx、積をyとする

x	0	3	7	11	14
積 y	0	66	98	66	0

式 $y=-2x^2+28x$

平方完成 $y=-2(x-7)^2+98$

変域と頂点から求める

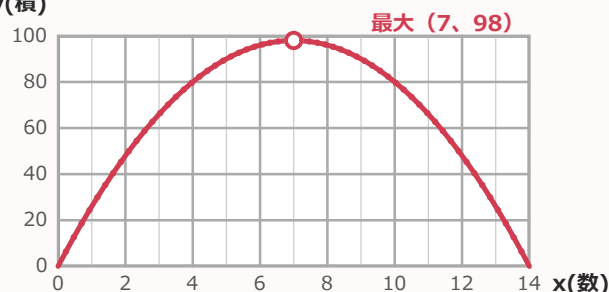
変域: もう一方 $14-x > 0$ より $0 < x < 14$

$y=-2(x^2-14x)$

$y=-2((x-7)^2-49)$

$y=-2(x-7)^2+98$

y(積)



確かめ $x=7$ のとき $2 \times 7 \times (14-7)=14 \times 7=98$

答え $x=7$ のとき最大値98 (2つの数は7と7)

考え方 一方を2倍した数は $2x$ 、もう一方は $14-x$. $y=2x(14-x)=-2x^2+28x$. 平方完成すると頂点が $(7, 98)$ で、変域に入る。

③ 一方の数をx、和をyとする

x	0	2	5	8	10
2乗と4倍の和 y	40	36	45	72	100

式 $y=x^2-4x+40$

平方完成 $y=(x-2)^2+36$

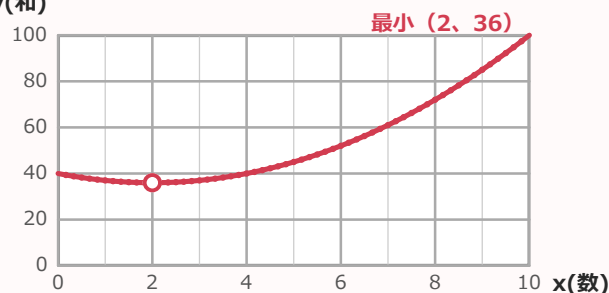
変域と頂点から求める

変域: $0 \leq x \leq 10$ (もう一方 $10-x \geq 0$)

$y=(x-2)^2-4+40$

$y=(x-2)^2+36$

y(和)



確かめ $x=2$ のとき もう一方 $=10-2=8$, $y=2^2+4 \times 8=4+32=36$

答え $x=2$ のとき最小値36 (2つの数は2と8)

考え方 もう一方は $10-x$. $y=x^2+4(10-x)=x^2-4x+40$. a が正なので頂点が最小で、頂点は $(2, 36)$ 。

先生へ

- ・つまずきやすい所: 「一方を2倍」「2乗の2倍」「もう一方の4倍」のような条件を、 $S-x$ を入れた式のどこにかけるか分からず、 $(S-x)^2$ の展開や係数でまちがえる。
- ・式が立たないときは、図や表($x=1, 2, 3$ のときの y)をかかせる。 x の変域は、長さが0より大きい条件から先に決めさせる。
- ・表やグラフから頂点を読んで答えても正しい。式・表・グラフが同じ頂点になるかを見させる。
- ・答え面は、配る前に外してください。白黒で印刷できます。

2つの数の和・積の問題 ③ (きかれ方) 【こたえ】

こたえ・考え方・先生へ (配る前に外す)

なまえ _____

ひづけ _____

① aをx、積abをyとする

x	0	3	5	7	10
積 y	0	63	75	63	0

式 $y = -3x^2 + 30x$

平方完成 $y = -3(x-5)^2 + 75$

変域と頂点から求める

変域: $b = 30 - 3x > 0$ より $0 < x < 10$

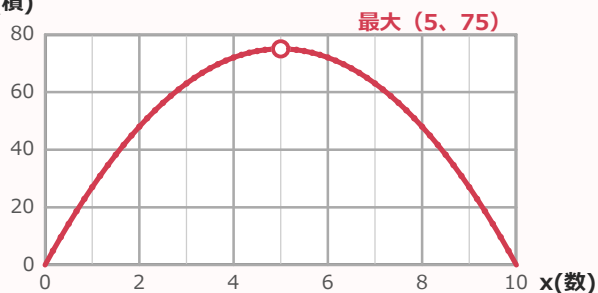
$y = -3(x^2 - 10x)$

$y = -3((x-5)^2 - 25)$

$y = -3(x-5)^2 + 75$

$b = 30 - 3 \times 5 = 15$

y(積)



確かめ $x=5$ のとき $b=30-15=15$ 、積 $=5 \times 15=75$

答え $b=15$ ($a=5$ のとき。積は75) 【きかれているのは: b の値】

考え方 頂点の x は $a=5$ 。きかれているのは b なので、 $b=30-3 \times 5=15$ に直して答える。

② 一方の数をx、平方の和をyとする

x	0	4	8	12	16
平方の和 y	256	160	128	160	256

式 $y = 2x^2 - 32x + 256$

平方完成 $y = 2(x-8)^2 + 128$

変域と頂点から求める

変域: $0 \leq x \leq 16$ (もう一方 $16-x \geq 0$)

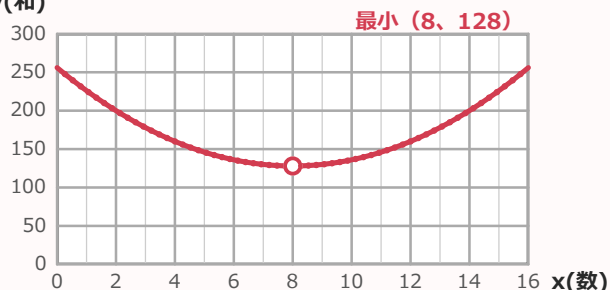
$y = 2(x^2 - 16x) + 256$

$y = 2((x-8)^2 - 64) + 256$

$y = 2(x-8)^2 + 128$

もう一方は $16-8=8$

y(和)



確かめ $x=8$ のとき もう一方 $=16-8=8$ 、 $y=8^2+8^2=64+64=128$

答え 2つの数は8と8、平方の和の最小値は128 【きかれているのは: 2つの数と平方の和】

考え方 頂点(8, 128)の x は一方の数、 y は平方の和の最小値。もう一方の数は $16-8=8$ なので、2つの数と最小値の両方を答える。

③ bをx、積abをyとする

x	0	5	9	13	18
積 y	0	130	162	130	0

式 $y = -2x^2 + 36x$

平方完成 $y = -2(x-9)^2 + 162$

変域と頂点から求める

変域: $a = 36 - 2x > 0$ より $0 < x < 18$

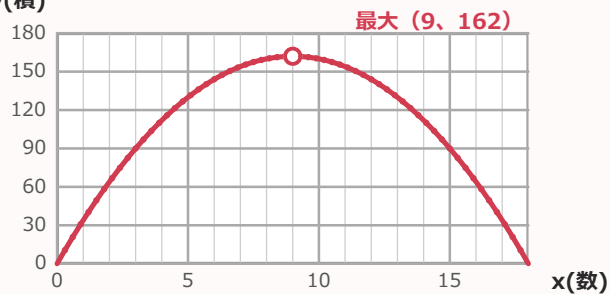
$y = -2(x^2 - 18x)$

$y = -2((x-9)^2 - 81)$

$y = -2(x-9)^2 + 162$

$a = 36 - 2 \times 9 = 18$ 、差は $18-9=9$

y(積)



確かめ $x=9$ のとき $a=36-18=18$ 、積 $=18 \times 9=162$ 、差 $=18-9=9$

答え 9 ($b=9$ 、 $a=18$ のとき。積は162) 【きかれているのは: a と b の差】

考え方 頂点の x は $b=9$ 。 a は $36-2 \times 9=18$ 。きかれているのは差なので、 $18-9=9$ に直して答える。

先生へ

- ・ つまずきやすい所: 頂点の x (一方の数) だけを答えにして、きかれているもう一方の数・2つの数・平方の和・2数の差に直さない。
- ・ 頂点の x (一方の数) だけを答えていたら、「きかれているのは何か」を問題文で指さしさせ、もう一方の数・2つの数・平方の和・2数の差のどれに直すかを決めさせる。
- ・ 表やグラフから頂点を読んで答えても正しい。式・表・グラフが同じ頂点になるかを見させる。
- ・ 答え面は、配る前に外してください。白黒で印刷できます。

2つの数の和・積の問題 ④ (変域・整数) 【こたえ】

なまえ _____

こたえ・考え方・先生へ (配る前に外す)

ひづけ _____

① 一方の数をx、平方の和をyとする

x	1	2	4	6	7
平方の和 y	50	40	32	40	50

式 $y=2x^2-16x+64$

平方完成 $y=2(x-4)^2+32$

変域と頂点から求める

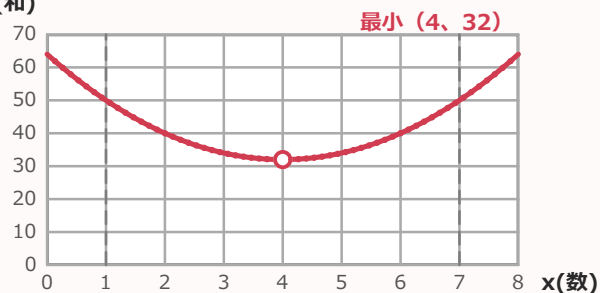
変域: どちらも1以上 より $1 \leq x \leq 7$

$y=2(x^2-8x)+64$

$y=2((x-4)^2-16)+64$

$y=2(x-4)^2+32$

y(和)



確かめ $x=4$ のとき $4^2+4^2=32$ 。 $x=1$ のとき $1+49=50$ 、 $x=7$ も50

頂点のxは条件に合う → 頂点で答えてよい

答え $x=4$ のとき最小値32 (2つの数は4と4)

考え方 頂点(4, 32)のxは変域 $1 \leq x \leq 7$ に入る。頂点に変域に入るときは、頂点で答える。

② 大きいほうの数をx、積をyとする

x	0	10	14	17	20
積 y	0	100	84	51	0

式 $y=-x^2+20x$

平方完成 $y=-(x-10)^2+100$

変域と頂点から求める

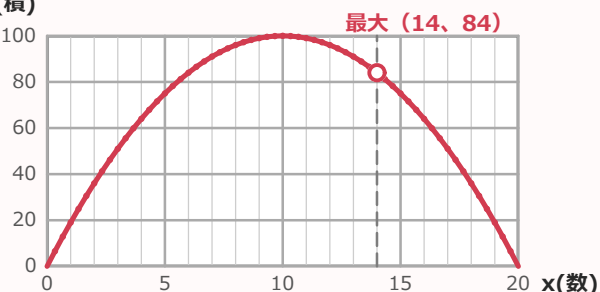
変域: 大きいほうは14以上 より $14 \leq x < 20$

$y=-(x^2-20x)=-((x-10)^2-100)$

$y=-(x-10)^2+100$

頂点 $x=10$ は変域の外。 $x=14$ で最大

y(積)



確かめ $x=14$ のとき もう一方 $=20-14=6$ 、積 $=14 \times 6=84$

頂点のxは条件に合わない 頂点 $x=10$ は、変域 $14 \leq x < 20$ に入らない。

答え $x=14$ のとき最大値84 (2つの数は14と6)

考え方 頂点(10, 100)のxは変域 $14 \leq x < 20$ の外。変域では右下がりなので、xが小さいほどyが大きくなり、左の端 $x=14$ で最大。

③ 一方の整数をx、平方の和をyとする

x	2	4	5	6	7
平方の和 y	85	65	61	61	65

式 $y=2x^2-22x+121$

平方完成 $y=2(x-5.5)^2+60.5$

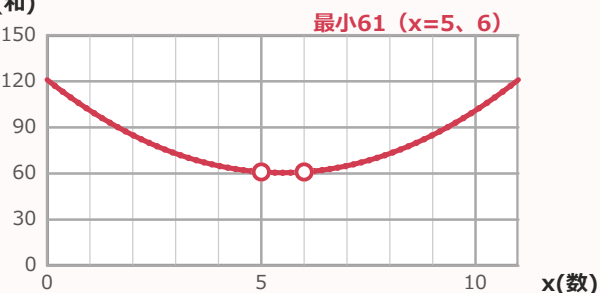
変域と頂点から求める

変域: xは0以上11以下の整数

頂点(5.5, 60.5)。xは整数でない

$x=5$: 61、 $x=6$: 61 で同じ

y(和)



確かめ $x=4$: 65、 $x=5$: 61、 $x=6$: 61、 $x=7$: 65

頂点のxは条件に合わない 頂点 $x=5.5$ は整数でない。

答え $x=5$ または $x=6$ のとき最小値61 (2つの整数は5と6)

考え方 頂点 $x=5.5$ に近い整数は5と6。yの値60.5は整数のxでは出せない。5と6はどちらも61で最小。

先生へ

- ・つまずきやすい所: 頂点のxが「どちらも1以上」「大きいほうは14以上」「整数」の条件に入るかを確認しない。整数のときは、頂点の両どりの整数を比べずに1つで決める。
- ・頂点のxが変域に入るかを確認せずに答えていたら、変域を数直線にかかせ、頂点の位置を点で打たせる。入らないときは、変域の両端のyの値を計算して比べさせる。
- ・表やグラフから頂点を読んで答えても正しい。式・表・グラフが同じ頂点になるかを見させる。
- ・答え面は、配る前に外してください。白黒で印刷できます。

2つの数の和・積の問題 ⑤ (条件がふえる) 【こたえ】

なまえ _____

こたえ・考え方・先生へ (配る前に外す)

ひづけ _____

① 同じ数をx、平方の和をyとする

x	0	1	3	4
平方の和 y	81	51	27	33

式 $y=6x^2-36x+81$

平方完成 $y=6(x-3)^2+27$

変域と頂点から求める

3つ目の数は $9-2x$ 。 $0 \leq x \leq 4.5$

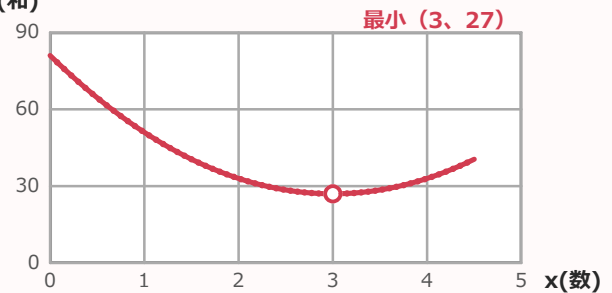
$y=6(x^2-6x)+81$

$y=6((x-3)^2-9)+81$

$y=6(x-3)^2+27$

頂点 (3, 27) は変域に入る

y(和)



確かめ $x=3$ のとき 3つ目 $=9-6=3$ 、平方の和 $=9+9+9=27$

答え $x=3$ のとき最小値27 (3つの数は3、3、3)

考え方 3つ目の数は $9-2x$ 。 $y=x^2+x^2+(9-2x)^2$ を展開して $6x^2-36x+81$ 。頂点(3, 27)のxは変域に入る。

② aをx、 a^2+b^2+6b をyとする

x	0	3	5	6	9
a^2+b^2+6b y	135	81	65	63	81

式 $y=2x^2-24x+135$

平方完成 $y=2(x-6)^2+63$

変域と頂点から求める

$b=9-x$ 。 $0 \leq x \leq 5$

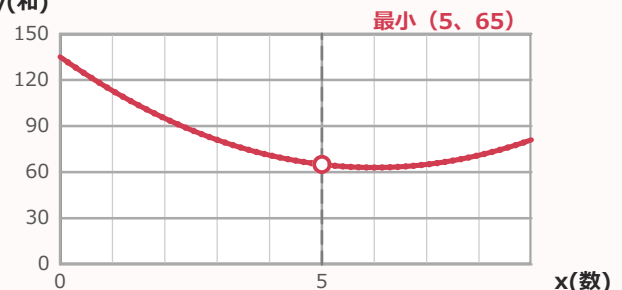
$y=x^2+(9-x)^2+6(9-x)$

$y=2(x^2-12x)+135$

$y=2((x-6)^2-36)+135$

$y=2(x-6)^2+63$

y(和)



確かめ $x=5$ のとき $b=9-5=4$ 、 $y=25+16+6 \times 4=65$

頂点のxは条件に合わない 頂点 $a=6$ は、変域 $0 \leq a \leq 5$ に入らない。

答え $a=5$ のとき最小値65 ($b=4$)

考え方 頂点(6, 63)は変域 $0 \leq x \leq 5$ の外。変域では右下がり、xが大きいほどyが小さく、右の端 $x=5$ で最小。

③ aをx、積abをyとする

x	0	6	11	16	22
積 y	0	96	121	96	0

式 $y=-x^2+22x$

平方完成 $y=-(x-11)^2+121$

変域と頂点から求める

$a \leq 3b$ より $x \leq 3(22-x)$

$x \leq 16.5$ 。変域: $0 < x \leq 16.5$

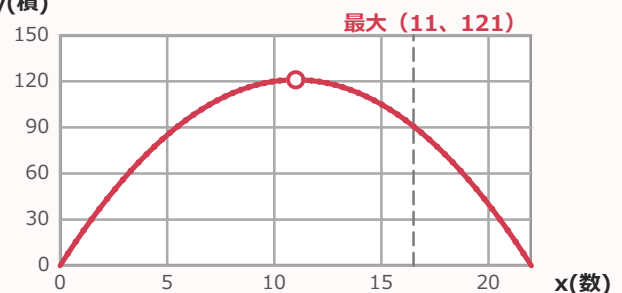
$y=-(x^2-22x)$

$y=-((x-11)^2-121)$

$y=-(x-11)^2+121$

頂点 (11, 121) は変域に入る

y(積)



確かめ $a=11$ のとき $b=22-11=11$ 、積 $=11 \times 11=121$ ($a \leq 3b$ をみたす)

答え $a=11$ のとき最大値121 ($a=11$ 、 $b=11$)

考え方 $a \leq 3b$ を式にすると、 $x \leq 3(22-x)$ で $x \leq 16.5$ 。頂点(11, 121)のxは変域 $0 < x \leq 16.5$ に入るので、頂点で答える。

先生へ

- ・ つまずきやすい所: 3つの数・「aはbの3倍以下」・別の項(6b)がふえても、xの式と変域に直せない。項をまとめ忘れる($2x^2+(9-2x)^2$ の展開など)。
- ・ 式が立たないときは、まずxが何(どちらの数)か、もう一方をxでどう表すかを書かせる。それから、2つ目の条件(3つの数・何倍以下・別の項)を式や変域に加える。
- ・ 表やグラフから頂点を読んで答えても正しい。式・表・グラフが同じ頂点になるかを見させる。
- ・ 答え面は、配る前に外してください。白黒で印刷できます。