

動く点と面積の問題 ①（平方完成の型つき）

なまえ _____

平方完成の型をなぞって、最大・最小を求める

ひづけ _____

(1)x、yが何か→(2)変域→(3)式→(4)平方完成→(5)頂点と変域→(6)答える、の順に解こう。

- ① 直角三角形ABC($\angle B=90^\circ$ 、 $AB=16\text{cm}$ 、 $BC=12\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒2cm、QはBからCへ毎秒1cmで動きます。x秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値とそのときのxを求めなさい。

(1) x は () y は () $y(\text{cm}^2)$ グラフ (かいてよい)

(2) xの変域 ()

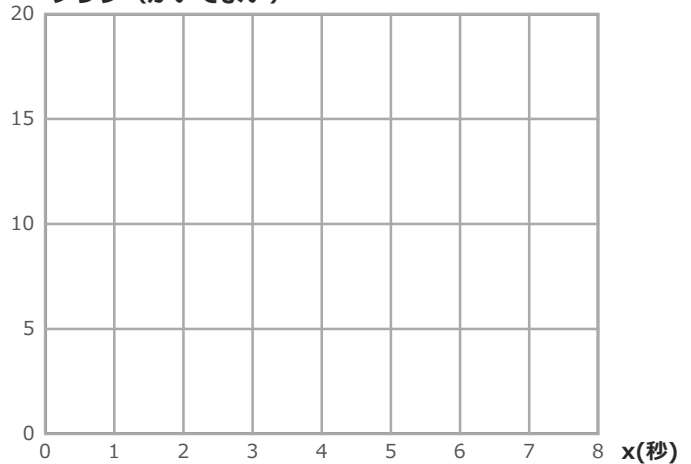
(3) $y = ()x^2 + ()x + ()$

(4) $y = ()(x - ())^2 + ()$

(5) 頂点 (,) 入る・入らない (○)

(6) 答え ()

計算メモ (式の展開・平方完成の途中など)



- ② 直角三角形ABC($\angle B=90^\circ$ 、 $AB=18\text{cm}$ 、 $BC=15\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒3cm、QはBからCへ毎秒2cmで動きます。x秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値とそのときのxを求めなさい。

(1) x は () y は () $y(\text{cm}^2)$ グラフ (かいてよい)

(2) xの変域 ()

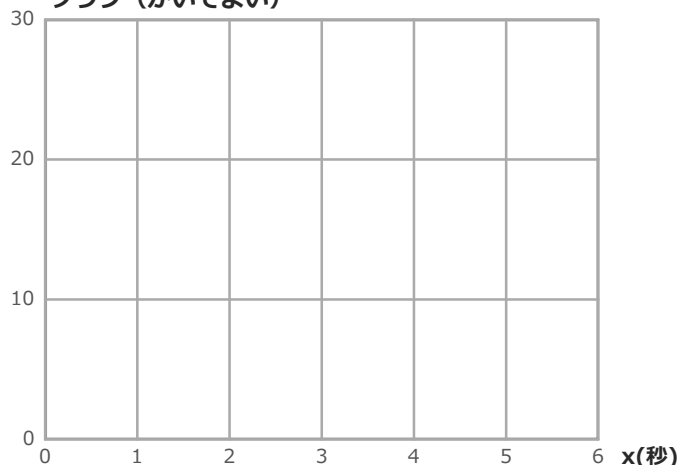
(3) $y = ()x^2 + ()x + ()$

(4) $y = ()(x - ())^2 + ()$

(5) 頂点 (,) 入る・入らない (○)

(6) 答え ()

計算メモ (式の展開・平方完成の途中など)



- ③ 直角三角形ABC($\angle B=90^\circ$ 、 $AB=24\text{cm}$ 、 $BC=10\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒4cm、QはBからCへ毎秒1cmで動きます。x秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値とそのときのxを求めなさい。

(1) x は () y は () $y(\text{cm}^2)$ グラフ (かいてよい)

(2) xの変域 ()

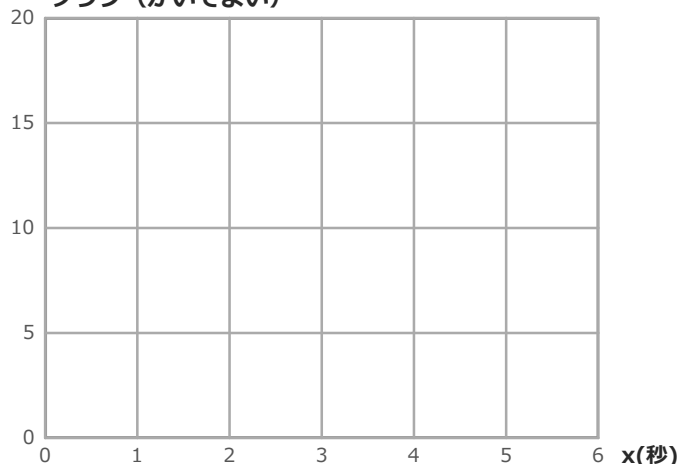
(3) $y = ()x^2 + ()x + ()$

(4) $y = ()(x - ())^2 + ()$

(5) 頂点 (,) 入る・入らない (○)

(6) 答え ()

計算メモ (式の展開・平方完成の途中など)



動く点と面積の問題 ② (型なし)

なまえ _____

型なしで、式をつくって最大・最小を求める

ひづけ _____

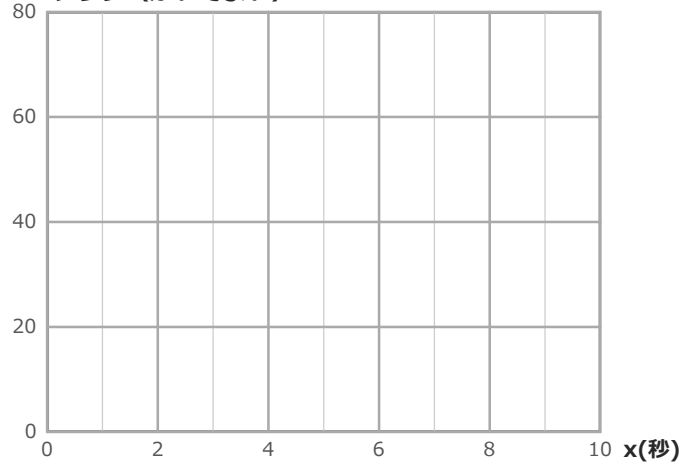
式は自分でつくって、平方完成して頂点を求めよう。変域に頂点が入るかも確かめよう。

- ① 長方形ABCD($AB=20\text{cm}$ 、 $BC=30\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒 2cm 、QはBからCへ毎秒 3cm で動きます。x秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値とそのときのxを求めなさい。

(1) xは() yは() $y(\text{cm}^2)$ グラフ(かいてよい)

(2) 変域 (3) 式・平方完成・頂点

(4) 答え _____

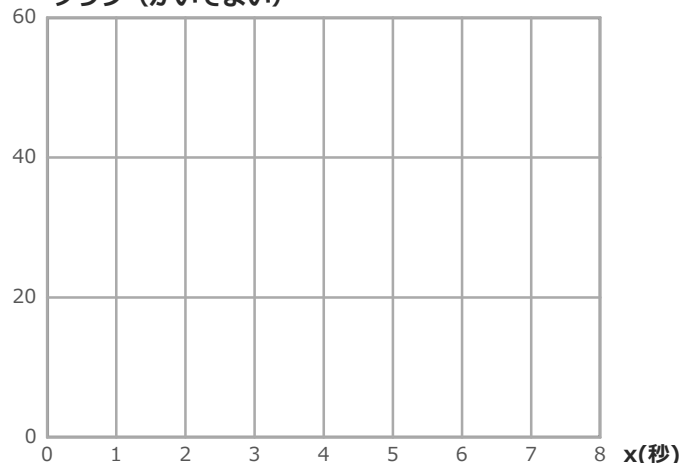


- ② 長方形ABCD($AB=18\text{cm}$ 、 $BC=24\text{cm}$)で、P、Qは同時にBを出発し、PはAへ毎秒 2cm 、QはCへ毎秒 3cm で動きます。x秒後の $\triangle PQC$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値とそのときのxを求めなさい。

(1) xは() yは() $y(\text{cm}^2)$ グラフ(かいてよい)

(2) 変域 (3) 式・平方完成・頂点

(4) 答え _____

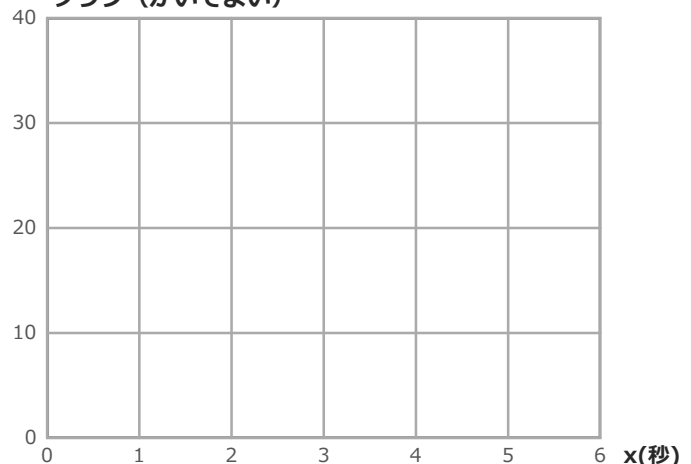


- ③ 長方形ABCD($AB=14\text{cm}$ 、 $BC=24\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはBからCへ毎秒 4cm 、QはCからDへ毎秒 2cm で動きます。x秒後の $\triangle PCQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値とそのときのxを求めなさい。

(1) xは() yは() $y(\text{cm}^2)$ グラフ(かいてよい)

(2) 変域 (3) 式・平方完成・頂点

(4) 答え _____



動く点と面積の問題 ③（きかれ方）

きかれ方がちがっても、式から求めて答える

なまえ _____

ひづけ _____

「きかれていること」に線を引こう。式から求めて、きかれているものに直して答えよう。

- ① 直角三角形ABC($\angle B=90^\circ$ 、 $AB=12\text{cm}$ 、 $BC=16\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒3cm、QはBからCへ毎秒4cmで動きます。 $\triangle PBQ$ の面積が最大になるとき、PQの長さは何cmですか。

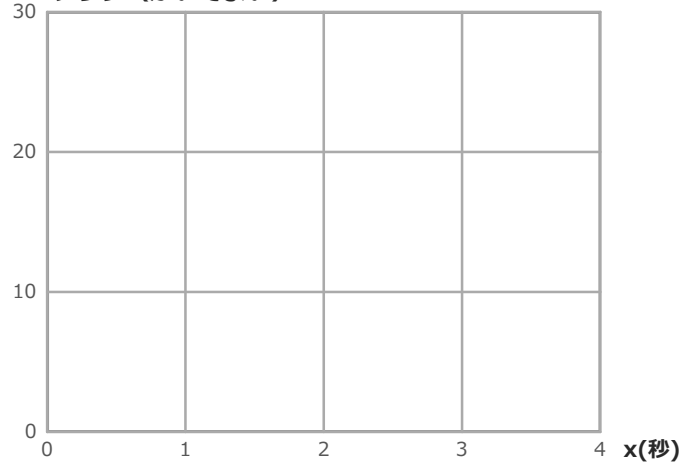
(1) きかれているのは (_____)

(2) x は (_____) y は (_____)

(3) 変域・式・平方完成・頂点 (かいてよい)

(4) 答え _____

$y(\text{cm}^2)$ グラフ (かいてよい)



- ② 長方形ABCD($AB=28\text{cm}$ 、 $BC=18\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒2cm、QはBからCへ毎秒1cmで動きます。 $\triangle PBQ$ の面積は、最大で何 cm^2 になりますか。

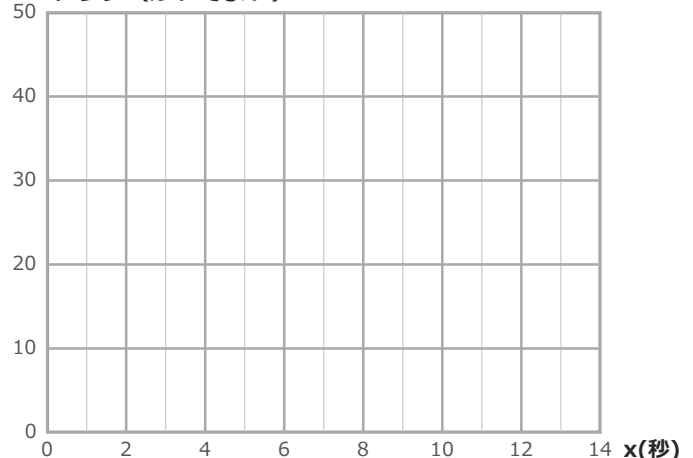
(1) きかれているのは (_____)

(2) x は (_____) y は (_____)

(3) 変域・式・平方完成・頂点 (かいてよい)

(4) 答え _____

$y(\text{cm}^2)$ グラフ (かいてよい)



- ③ 長方形ABCD($AB=30\text{cm}$ 、 $BC=36\text{cm}$)で、P、Qは同時にBを出発し、PはAへ毎秒2cm、QはCへ毎秒3cmで動きます。 $\triangle PQC$ の面積が最大になるのは何秒後で、そのときPBは何cmですか。

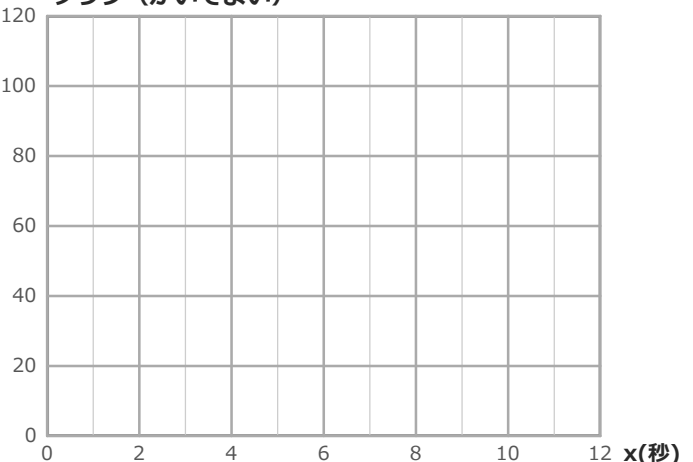
(1) きかれているのは (_____)

(2) x は (_____) y は (_____)

(3) 変域・式・平方完成・頂点 (かいてよい)

(4) 答え _____

$y(\text{cm}^2)$ グラフ (かいてよい)



動く点と面積の問題 ④ (変域・整数)

なまえ _____

変域や整数の条件で、答えが変わるかを確かめる

ひづけ _____

頂点に変域に入るか、 x が整数かを確かめよう。入らないときは、変域の端の値で比べよう。

- ① 直角三角形ABC($\angle B=90^\circ$ 、 $AB=18\text{cm}$ 、 $BC=10\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒4cm、QはBからCへ毎秒2cmで動きます。 x 秒後(x は整数)の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値と x を求めなさい。

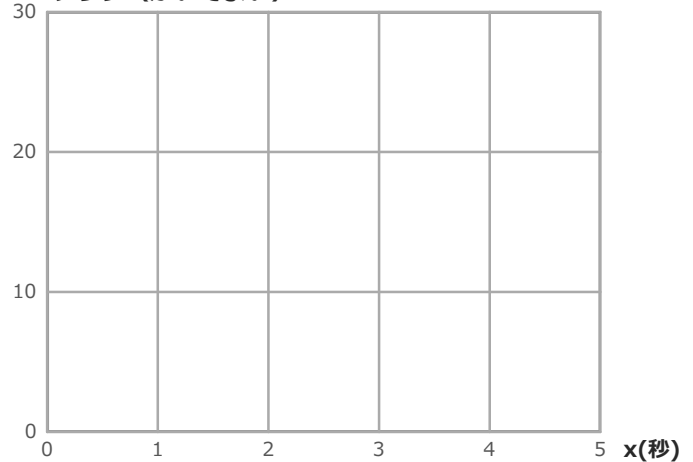
(1) $x \cdot y$ (2) 変域・式・頂点 (確かめも)

(3) 頂点の x は条件に合う? 合う・合わない (○)

(4) 答え _____

(5) 理由 _____

$y(\text{cm}^2)$ グラフ (かいてよい)



- ② 長方形ABCD($AB=21\text{cm}$ 、 $BC=32\text{cm}$)で、PはBからCへ毎秒4cm、QはCからDへ毎秒3cmで、同時に出発して動き、QがDに着くと止まります。 x 秒後の $\triangle PCQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値と x を求めなさい。

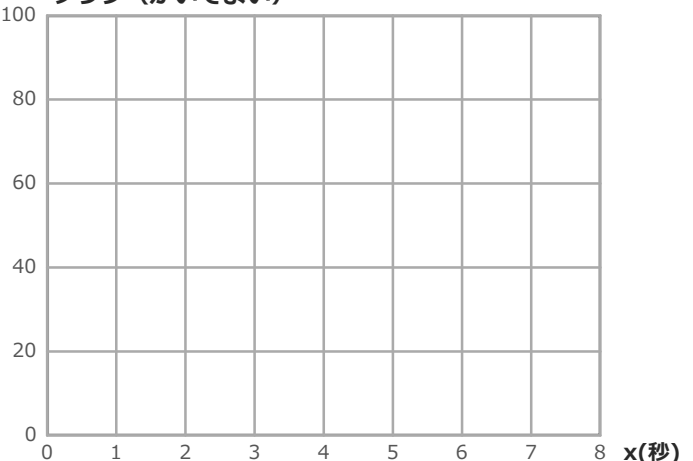
(1) $x \cdot y$ (2) 変域・式・頂点 (確かめも)

(3) 頂点の x は条件に合う? 合う・合わない (○)

(4) 答え _____

(5) 理由 _____

$y(\text{cm}^2)$ グラフ (かいてよい)



- ③ 長方形ABCD($AB=28\text{cm}$ 、 $BC=15\text{cm}$)で、PはAからBへ毎秒2cm、QはBからCへ毎秒3cmで、同時に出発して動き、QがCに着くと止まります。 x 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値と x を求めなさい。

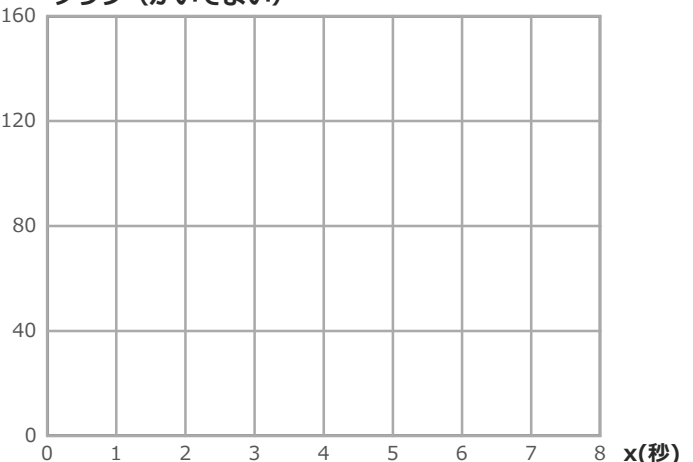
(1) $x \cdot y$ (2) 変域・式・頂点 (確かめも)

(3) 頂点の x は条件に合う? 合う・合わない (○)

(4) 答え _____

(5) 理由 _____

$y(\text{cm}^2)$ グラフ (かいてよい)



動く点と面積の問題 ⑤ (条件がふえる)

条件がふえても、式をつくって最大・最小を求める

なまえ _____

ひづけ _____

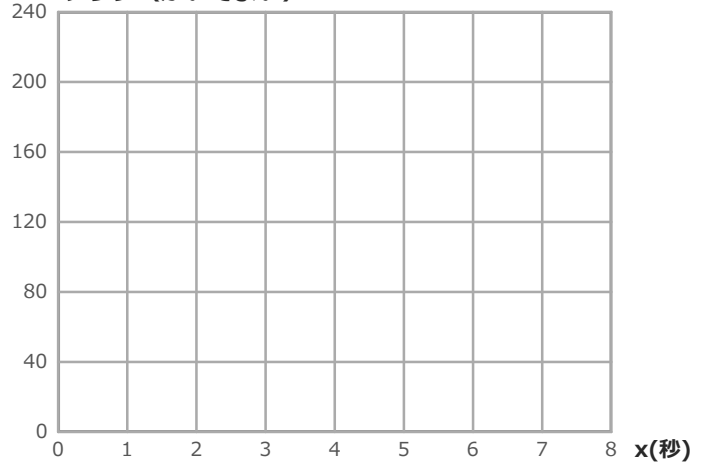
xが何か、変域は何かを書き出してから式をつくろう。条件がふえても、式と変域から求めて答えよう。

- ① 直角三角形ABC($\angle B=90^\circ$ 、 $AB=24\text{cm}$ 、 $BC=20\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒3cm、QはBからCへ毎秒2cmで動きます。x秒後の四角形APQCの面積を $y\text{cm}^2$ とし、最小値とxを求めなさい。

(1) $x \cdot y$ ・変域 (2) 式と頂点を求める

(3) 答え _____

y(cm^2) グラフ (かいてよい)

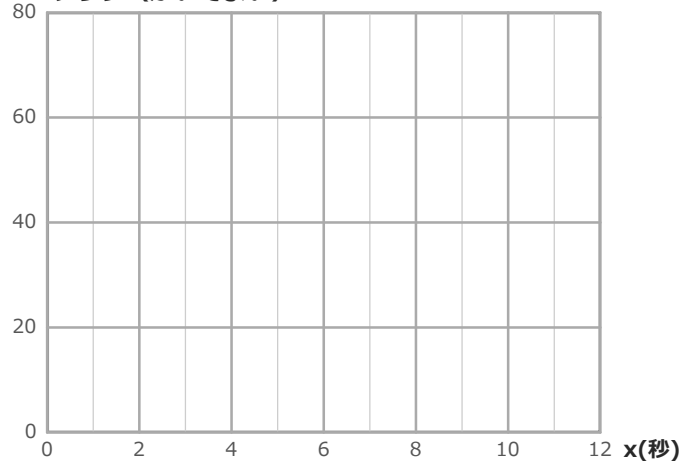


- ② $\triangle ABC$ ($\angle B=90^\circ$ 、 $AB=24\text{cm}$ 、 $BC=30\text{cm}$)で、PはAからBへ毎秒2cm、QはBからCへ毎秒3cmで動きます。Qは2秒おくれて出発します。Pの出発x秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値とxを求めなさい。

(1) $x \cdot y$ ・変域 (2) 式と頂点を求める

(3) 答え _____

y(cm^2) グラフ (かいてよい)

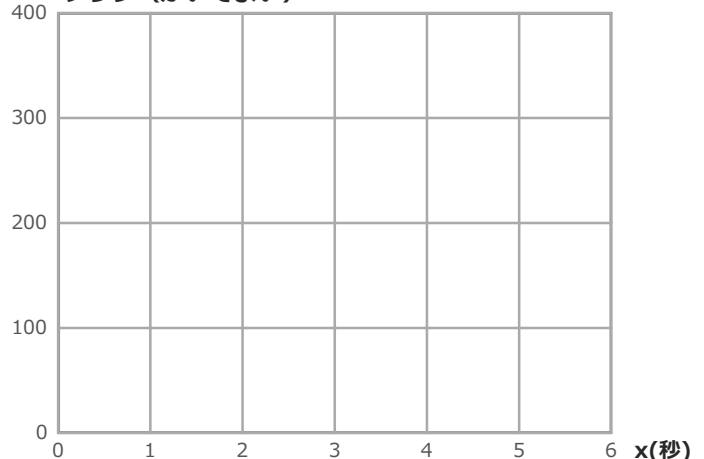


- ③ 正方形ABCD(1辺20cm)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒2cm、QはBからCへ毎秒5cmで動き、QがCに着くと止まります。x秒後の、 $\triangle PBQ$ を除いた残りの面積を $y\text{cm}^2$ とし、最小値とxを求めなさい。

(1) $x \cdot y$ ・変域 (2) 式と頂点を求める

(3) 答え _____

y(cm^2) グラフ (かいてよい)



動く点と面積の問題 ①（平方完成の型つき）【こたえ】

なまえ _____

こたえ・考え方・先生へ（配る前に外す）

ひづけ _____

① 出発x秒後の三角形PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	2	4	6	8
面積 y	0	12	16	12	0

式 $y = -x^2 + 8x$

平方完成 $y = -(x-4)^2 + 16$

変域と頂点から求める

変域：PがBに着くのは $16 \div 2 = 8$ 秒後。 $0 < x < 8$

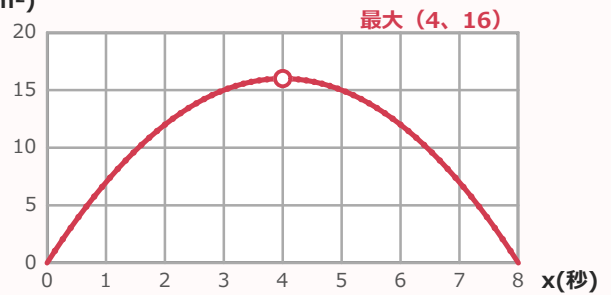
$$y = -(x^2 - 8x)$$

$$y = -((x-4)^2 - 16)$$

$$y = -(x-4)^2 + 16$$

頂点 (4, 16) は変域 $0 < x < 8$ に入る

y(cm^2)



確かめ $x=4$ のとき $PB=16-8=8\text{cm}$ 、 $BQ=4\text{cm}$ 、面積 $=8 \times 4 \div 2 = 16\text{cm}^2$

答え $x=4$ のとき最大値 16cm^2 (PB=8cm、BQ=4cm)

考え方 x 秒後は $PB=16-2x$ 、 $BQ=x$ 。面積は $y=(16-2x) \times x \div 2 = -x^2 + 8x$ 。平方完成すると頂点が(4, 16)。

② 出発x秒後の三角形PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	2	3	4	6
面積 y	0	24	27	24	0

式 $y = -3x^2 + 18x$

平方完成 $y = -3(x-3)^2 + 27$

変域と頂点から求める

変域：PがBに着くのは $18 \div 3 = 6$ 秒後。 $0 < x < 6$

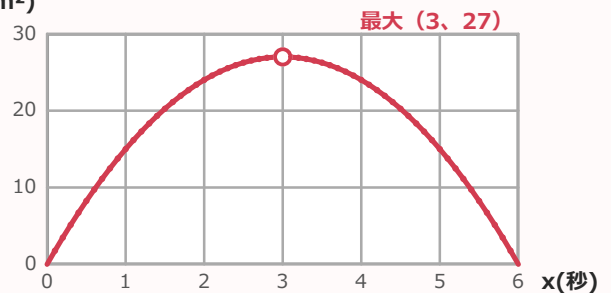
$$y = -3(x^2 - 6x)$$

$$y = -3((x-3)^2 - 9)$$

$$y = -3(x-3)^2 + 27$$

頂点 (3, 27) は変域 $0 < x < 6$ に入る

y(cm^2)



確かめ $x=3$ のとき $PB=18-9=9\text{cm}$ 、 $BQ=6\text{cm}$ 、面積 $=9 \times 6 \div 2 = 27\text{cm}^2$

答え $x=3$ のとき最大値 27cm^2 (PB=9cm、BQ=6cm)

考え方 x 秒後は $PB=18-3x$ 、 $BQ=2x$ 。面積は $y=(18-3x) \times 2x \div 2 = -3x^2 + 18x$ 。平方完成すると頂点が(3, 27)。

③ 出発x秒後の三角形PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	1	3	5	6
面積 y	0	10	18	10	0

式 $y = -2x^2 + 12x$

平方完成 $y = -2(x-3)^2 + 18$

変域と頂点から求める

変域：PがBに着くのは $24 \div 4 = 6$ 秒後。 $0 < x < 6$

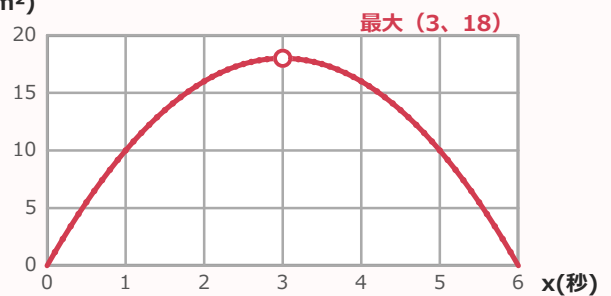
$$y = -2(x^2 - 6x)$$

$$y = -2((x-3)^2 - 9)$$

$$y = -2(x-3)^2 + 18$$

頂点 (3, 18) は変域 $0 < x < 6$ に入る

y(cm^2)



確かめ $x=3$ のとき $PB=24-12=12\text{cm}$ 、 $BQ=3\text{cm}$ 、面積 $=12 \times 3 \div 2 = 18\text{cm}^2$

答え $x=3$ のとき最大値 18cm^2 (PB=12cm、BQ=3cm)

考え方 x 秒後は $PB=24-4x$ 、 $BQ=x$ 。面積は $y=(24-4x) \times x \div 2 = -2x^2 + 12x$ 。平方完成すると頂点が(3, 18)。

先生へ

- ・つまずきやすい所：動く点の位置を「速さ×時間」で表せず、 $PB=AB-2x$ のように「全体の長さからひく」向きをまちがえて、面積の式 $y=PB \times BQ \div 2$ が立たない。または平方完成で、 -2 などをかけて外に出す所の符号を誤る。
- ・(4)の平方完成で、かつこの中の半分の2乗をたして引く所と、 -2 などをかけて外に出す所でつまずく。「xの係数の半分」を先に書かせ、 $(x-\square)^2$ を展開してもとにもどるか確かめさせる。
- ・表やグラフから頂点を読んで答えても正しい。式・表・グラフが同じ頂点になるかを見させる。
- ・答え面は、配る前に外してください。白黒で印刷できます。

動く点と面積の問題 ② (型なし) 【こたえ】

こたえ・考え方・先生へ (配る前に外す)

なまえ _____

ひづけ _____

① 出発x秒後の三角形PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	2	5	8	10
面積 y	0	48	75	48	0

式 $y = -3x^2 + 30x$

平方完成 $y = -3(x-5)^2 + 75$

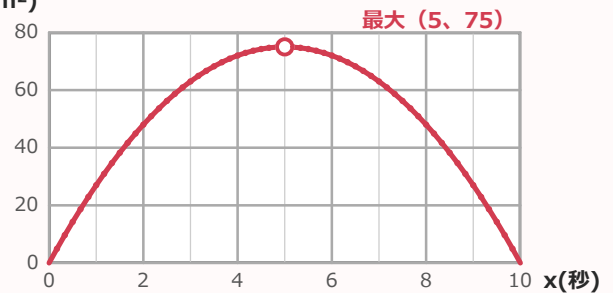
変域と頂点から求める

$PB = 20 - 2x$ 、 $BQ = 3x$ 。変域 $0 < x < 10$

$y = -3(x^2 - 10x) = -3((x-5)^2 - 25)$

$y = -3(x-5)^2 + 75$ (頂点 (5, 75))

y(cm^2)



確かめ $x=5$ のとき $PB=20-10=10\text{cm}$ 、 $BQ=15\text{cm}$ 、
面積 $=10 \times 15 \div 2 = 75\text{cm}^2$

答え $x=5$ のとき最大値 75cm^2 ($PB=10\text{cm}$ 、 $BQ=15\text{cm}$)

考え方 $PB=20-2x$ 、 $BQ=3x$ 。 $y=(20-2x) \times 3x \div 2 = -3x^2 + 30x$ 。平方完成すると頂点が(5, 75)で、変域に入る。

② 出発x秒後の三角形PQCの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	2	4	6	8
面積 y	0	36	48	36	0

式 $y = -3x^2 + 24x$

平方完成 $y = -3(x-4)^2 + 48$

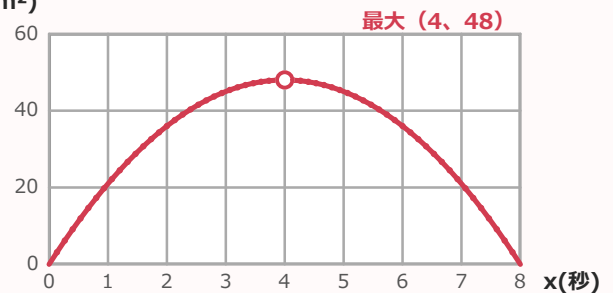
変域と頂点から求める

$PB=2x$ 、 $QC=24-3x$ 。変域 $0 < x < 8$

$y = -3(x^2 - 8x) = -3((x-4)^2 - 16)$

$y = -3(x-4)^2 + 48$ (頂点 (4, 48))

y(cm^2)



確かめ $x=4$ のとき $PB=8\text{cm}$ 、 $QC=24-12=12\text{cm}$ 、
面積 $=8 \times 12 \div 2 = 48\text{cm}^2$

答え $x=4$ のとき最大値 48cm^2 ($PB=8\text{cm}$ 、 $QC=12\text{cm}$)

考え方 PがBからAへ進むので $PB=2x$ 。QがCに近づくので $QC=24-3x$ 。 $y=2x \times (24-3x) \div 2 = -3x^2 + 24x$ 。頂点は(4, 48)。

③ 出発x秒後の三角形PCQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	1	3	5	6
面積 y	0	20	36	20	0

式 $y = -4x^2 + 24x$

平方完成 $y = -4(x-3)^2 + 36$

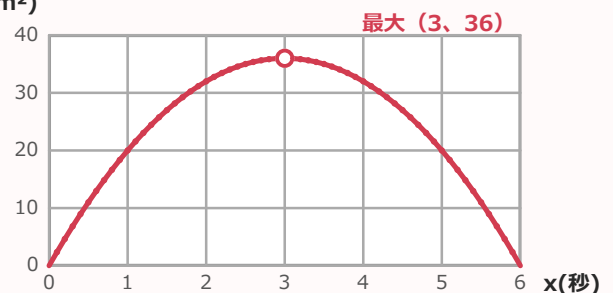
変域と頂点から求める

$PC=24-4x$ 、 $CQ=2x$ 。変域 $0 < x < 6$

$y = -4(x^2 - 6x) = -4((x-3)^2 - 9)$

$y = -4(x-3)^2 + 36$ (頂点 (3, 36))

y(cm^2)



確かめ $x=3$ のとき $PC=24-12=12\text{cm}$ 、 $CQ=6\text{cm}$ 、
面積 $=12 \times 6 \div 2 = 36\text{cm}^2$

答え $x=3$ のとき最大値 36cm^2 ($PC=12\text{cm}$ 、 $CQ=6\text{cm}$)

考え方 PはBからCへ進むので、PCは $24-4x$ 。QはCからDへ進むので、CQは $2x$ 。 $y=(24-4x) \times 2x \div 2 = -4x^2 + 24x$ 。頂点は(3, 36)。

先生へ

- ・つまづきやすい所: 図が印刷されていないので、点が動く辺と向き(AからBか、BからAか)を読みちがえ、三角形の底辺と高さに使う2つの長さを取りちがえる。xの変域も、先に着く点の到着時刻から決められない。
- ・式が立たないときは、図や表($x=1, 2, 3$ のときの y)をかかせる。xの変域は、長さが0より大きい条件から先に決めさせる。
- ・表やグラフから頂点を読んで答えても正しい。式・表・グラフが同じ頂点になるかを見させる。
- ・答え面は、配る前に外してください。白黒で印刷できます。

動く点と面積の問題 ③ (きかれ方) 【こたえ】

こたえ・考え方・先生へ (配る前に外す)

なまえ _____

ひづけ _____

① 出発x秒後の三角形PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	1	2	3	4
面積 y	0	18	24	18	0

式 $y = -6x^2 + 24x$

平方完成 $y = -6(x-2)^2 + 24$

変域と頂点から求める

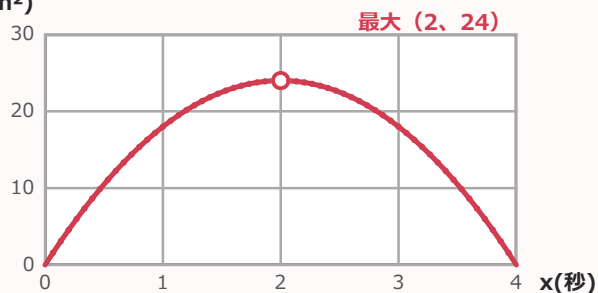
PB=12-3x、BQ=4x。変域 $0 < x < 4$

$y = -6(x^2 - 4x) = -6((x-2)^2 - 4)$

$y = -6(x-2)^2 + 24$ (頂点 (2, 24))

x=2 : PB=6、BQ=8、PQ= $\sqrt{(6^2+8^2)}=10$

y(cm^2)



確かめ x=2のとき PB=12-6=6cm、BQ=8cm、面積=6×8÷2=24 cm^2 、PQ 2 =36+64=100

答え 10cm (x=2のとき。PB=6cm、BQ=8cm) [きかれているのは：PQの長さ]

考え方 頂点のx=2で面積が最大。そのときPB=6、BQ=8の直角三角形なので、三平方の定理でPQ= $\sqrt{(6^2+8^2)}=10$ 。xや面積は答えにしない。

② 出発x秒後の三角形PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	3	7	11	14
面積 y	0	33	49	33	0

式 $y = -x^2 + 14x$

平方完成 $y = -(x-7)^2 + 49$

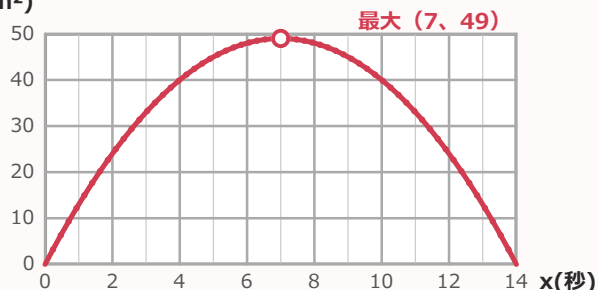
変域と頂点から求める

PB=28-2x、BQ=x。変域 $0 < x < 14$

$y = -(x^2 - 14x) = -((x-7)^2 - 49)$

$y = -(x-7)^2 + 49$ (頂点 (7, 49))

y(cm^2)



確かめ x=7のとき PB=28-14=14cm、BQ=7cm、面積=14×7÷2=49 cm^2

答え 49 cm^2 (x=7のとき) [きかれているのは：面積の最大値]

考え方 きかれているのは面積の最大値。平方完成して、頂点のyの値49がそれ。xの値(7)は答えにしない。

③ 出発x秒後の三角形PQCの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	3	6	9	12
面積 y	0	81	108	81	0

式 $y = -3x^2 + 36x$

平方完成 $y = -3(x-6)^2 + 108$

変域と頂点から求める

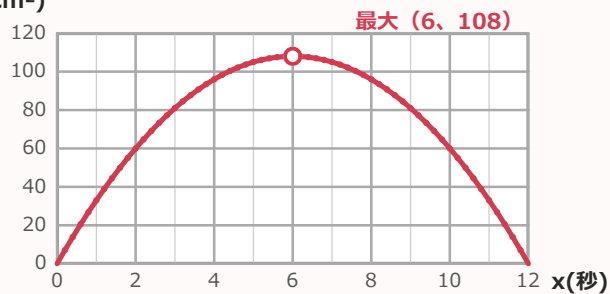
PB=2x、QC=36-3x。変域 $0 < x < 12$

$y = -3(x^2 - 12x) = -3((x-6)^2 - 36)$

$y = -3(x-6)^2 + 108$ (頂点 (6, 108))

x=6のとき PB=2×6=12

y(cm^2)



確かめ x=6のとき PB=12cm、QC=36-18=18cm、面積=12×18÷2=108 cm^2

答え 6秒後、PB=12cm (最大の面積は108 cm^2) [きかれているのは：時刻とPBの長さ]

考え方 頂点のx=6が時刻。PBはBから進んだ長さなので、速さ×時間=2×6=12cmに直して答える。

先生へ

- ・つまりきやすい所：頂点のx(時刻)だけで答え、きかれているPQの長さ・PBの長さ・面積の最大値に直さない。PQは三平方の定理、PBは速さ×時間で、時刻から別の量へもう1段直す。
- ・x、yの値をそのまま答えていたら、「きかれているのは何か」を問題文で指さしさせ、きかれているもの(辺の長さ・最大値など)に直す1行を書かせる。
- ・表やグラフから頂点を読んで答えても正しい。式・表・グラフが同じ頂点になるかを見させる。
- ・答え面は、配る前に外してください。白黒で印刷できます。

動く点と面積の問題 ④ (変域・整数) 【こたえ】

なまえ _____

こたえ・考え方・先生へ (配る前に外す)

ひづけ _____

① 出発x秒後の三角形PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	1	2	3	4
面積 y	0	14	20	18	8

式 $y = -4x^2 + 18x$

平方完成 $y = -4(x - 2.25)^2 + 20.25$

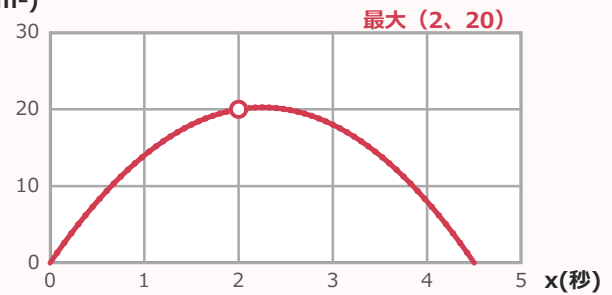
変域と頂点から求める

変域: PがBに着くのは4.5秒後。xは整数

頂点(2.25, 20.25)。xは整数でない

x=2: 20、x=3: 18 で、2が大きい

y(cm^2)



確かめ x=1: 14cm^2 、x=2: 20cm^2 、x=3: 18cm^2 。
x=2が最大

頂点のxは条件に合わない 頂点x=2.25は整数でない。

答え x=2のとき最大値 20cm^2 (PB=10cm、BQ=4cm)

考え方 頂点x=2.25にいちばん近い整数は2。2と3を比べて、大きい20が最大。頂点のyの値20.25は整数秒では出ない。

② 出発x秒後の三角形PCQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	2	4	6	7
面積 y	0	72	96	72	42

式 $y = -6x^2 + 48x$

平方完成 $y = -6(x - 4)^2 + 96$

変域と頂点から求める

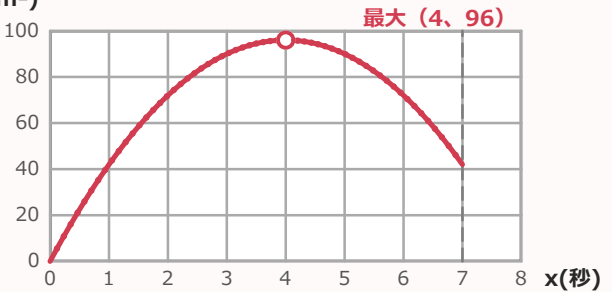
変域: QがDに着くのは $21 \div 3 = 7$ 秒後。 $0 < x \leq 7$

$y = -6(x^2 - 8x) = -6((x - 4)^2 - 16)$

$y = -6(x - 4)^2 + 96$ (頂点 (4, 96))

頂点x=4は変域に入る

y(cm^2)



確かめ x=4のとき PC=32-16=16cm、CQ=12cm、
面積=16×12÷2=96 cm^2

頂点のxは条件に合う → 頂点で答えてよい

答え x=4のとき最大値 96cm^2 (PC=16cm、CQ=12cm)

考え方 頂点(4, 96)のxは変域 $0 < x \leq 7$ に入るので、頂点で答える。Qが止まるのは頂点より後なので、答えに影響しない。

③ 出発x秒後の三角形PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	1	2	3	5
面積 y	0	39	72	99	135

式 $y = -3x^2 + 42x$

平方完成 $y = -3(x - 7)^2 + 147$

変域と頂点から求める

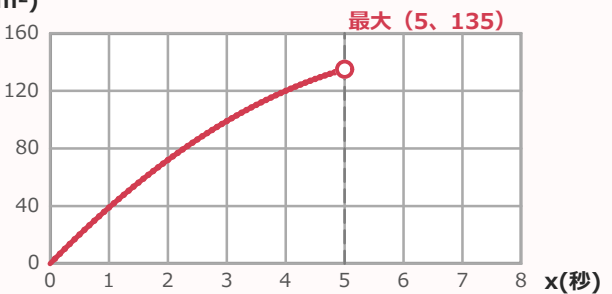
変域: QがCに着くのは $15 \div 3 = 5$ 秒後。 $0 < x \leq 5$

$y = -3(x^2 - 14x) = -3((x - 7)^2 - 49)$

$y = -3(x - 7)^2 + 147$ (頂点 (7, 147))

頂点x=7は変域の外。x=5で最大

y(cm^2)



確かめ x=5のとき PB=28-10=18cm、BQ=15cm、
面積=18×15÷2=135 cm^2

頂点のxは条件に合わない 頂点x=7は、変域 $0 < x \leq 5$ に入らない。

答え x=5のとき最大値 135cm^2 (PB=18cm、BQ=15cm)

考え方 頂点(7, 147)のxは変域 $0 < x \leq 5$ の外。変域ではxが大きいほどyが大きくなるので、右の端x=5で最大になる。

先生へ

- ・つまずきやすい所: 先に着いた点で動きが止まり、頂点の時刻が変域の外にあるのに気づかず頂点で答える。整数秒のときは、頂点にいちばん近い整数だけでなく、両どなりのyを比べて確かめない。
- ・頂点のxが変域に入るかを確かめずに答えていたら、変域を数直線にかかせ、頂点の位置を点で打たせる。入らないときは、変域の両端のyの値を計算して比べさせる。
- ・表やグラフから頂点を読んで答えても正しい。式・表・グラフが同じ頂点になるかを見させる。
- ・答え面は、配る前に外してください。白黒で印刷できます。

動く点と面積の問題 ⑤ (条件がふえる) 【こたえ】

なまえ _____

こたえ・考え方・先生へ (配る前に外す)

ひづけ _____

① 出発x秒後の四角形APQCの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	2	4	6	8
面積 y	240	204	192	204	240

式 $y=3x^2-24x+240$

平方完成 $y=3(x-4)^2+192$

変域と頂点から求める

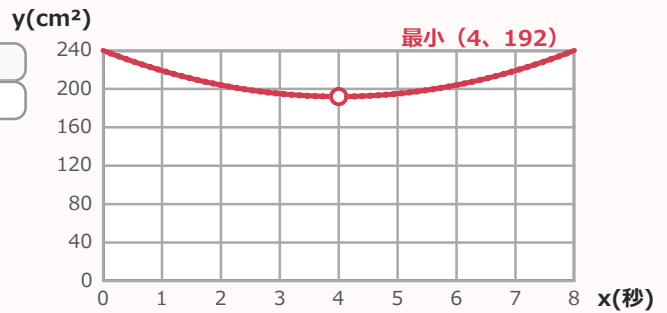
四角形APQC=三角形ABC-三角形PBQ

三角形ABC= $24 \times 20 \div 2 = 240$

三角形PBQ= $(24-3x) \times 2x \div 2$

$y=3(x^2-8x)+240=3(x-4)^2+192$

頂点(4, 192)は変域に入る



確かめ $x=4$ のとき 三角形PBQ= $(24-12) \times 8 \div 2 = 48\text{cm}^2$, $240-48=192\text{cm}^2$

答え $x=4$ のとき最小値 192cm^2

考え方 四角形APQCは、三角形ABCから角にある三角形PBQを引いた残り。 $y=240-(-3x^2+24x)=3x^2-24x+240$ 。 x^2 の係数が正なので、頂点(4, 192)で最小になる。

② Pの出発x秒後の△PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	2	4	7	10	12
面積 y	0	48	75	48	0

式 $y=-3x^2+42x-72$

平方完成 $y=-3(x-7)^2+75$

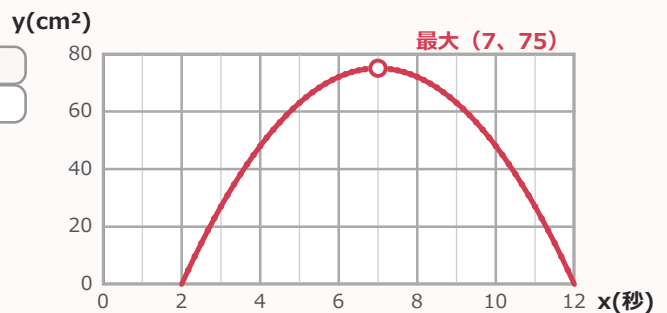
変域と頂点から求める

PB= $24-2x$, BQ= $3(x-2)$

変域: $2 < x < 12$ (12秒後にPがB)

$y=-3(x^2-14x)-72$

頂点(7, 75)は変域に入る



確かめ $x=7$ のとき PB= $24-14=10\text{cm}$, BQ= $3 \times (7-2)=15\text{cm}$, 面積= $10 \times 15 \div 2 = 75\text{cm}^2$

答え $x=7$ のとき最大値 75cm^2 (PB=10cm, BQ=15cm)

考え方 Qは2秒おくれて出発するので、動いた時間は $(x-2)$ 秒で、BQ= $3(x-2)$ 。 $y=(24-2x) \times 3(x-2) \div 2 = -3x^2+42x-72$ 。頂点(7, 75)が変域 $2 < x < 12$ に入る。

③ x秒後の、残りの図形の面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	1	2	3	4
面積 y	400	355	320	295	280

式 $y=5x^2-50x+400$

平方完成 $y=5(x-5)^2+275$

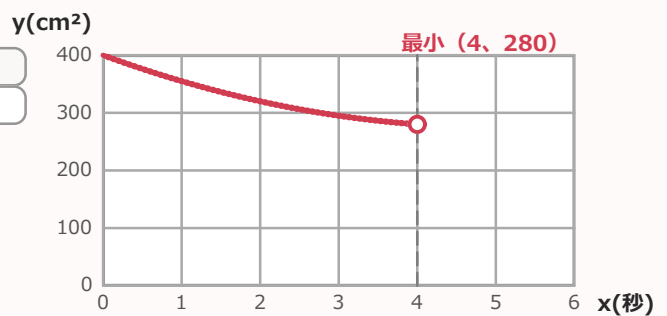
変域と頂点から求める

残り= $400-(20-2x) \times 5x \div 2$

$y=5(x^2-10x)+400$

Qは4秒後にCに着くので $0 < x \leq 4$

頂点 $x=5$ は変域の外。 $x=4$ で最小



確かめ $x=4$ のとき PB=12cm, BQ=20cm, 三角形= 120cm^2 , $400-120=280\text{cm}^2$

頂点のxは条件に合わない 頂点 $x=5$ は、変域 $0 < x \leq 4$ に入らない。

答え $x=4$ のとき最小値 280cm^2

考え方 頂点(5, 275)のxは変域 $0 < x \leq 4$ の外。変域ではxが大きいくほどyが小さいので、右の端 $x=4$ で最小。

先生へ

- ・つまずきやすい所: 面積が三角形1つの式にならない。全体の三角形から引く(四角形APQC)と最小値になること、出発がわかると変域とBQの式が変わること、止まる時刻で変域の端が決まることを見落とす。
- ・式が立たないときは、まずxが何か、変域は何かを1つずつ書かせる。それから、2つ目の条件(仕切り・整数・長さの制限)を式や変域に加える。
- ・表やグラフから頂点を読んで答えても正しい。式・表・グラフが同じ頂点になるかを見させる。
- ・答え面は、配る前に外してください。白黒で印刷できます。