

動く点と面積の問題 ⑤ (条件がふえる)

条件がふえても、式をつくって最大・最小を求める

なまえ _____

ひづけ _____

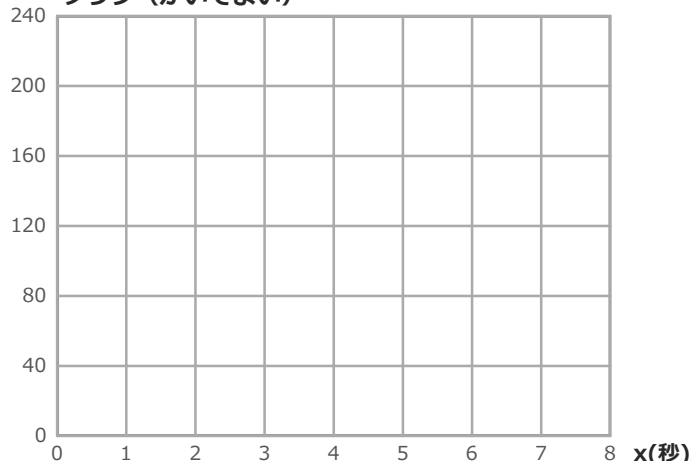
xが何か、変域は何かを書き出してから式をつくろう。条件がふえても、式と変域から求めて答えよう。

- ① 直角三角形ABC($\angle B=90^\circ$ 、 $AB=24\text{cm}$ 、 $BC=20\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒3cm、QはBからCへ毎秒2cmで動きます。x秒後の四角形APQCの面積を $y\text{cm}^2$ とし、最小値とxを求めなさい。

(1) $x \cdot y$ ・変域 (2) 式と頂点を求める

(3) 答え _____

y(cm^2) グラフ (かいてよい)

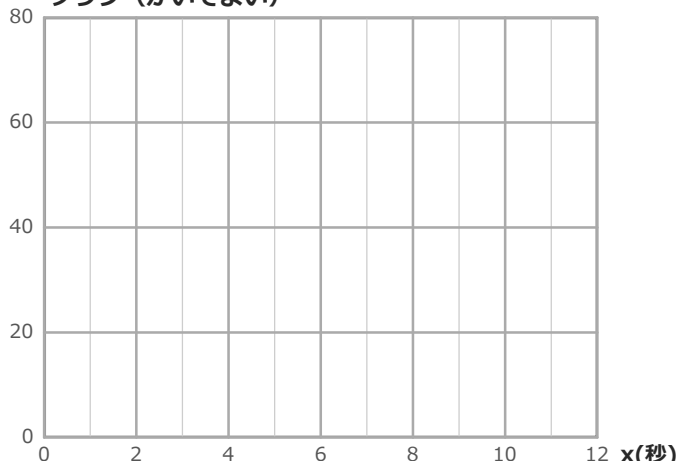


- ② $\triangle ABC$ ($\angle B=90^\circ$ 、 $AB=24\text{cm}$ 、 $BC=30\text{cm}$)で、PはAからBへ毎秒2cm、QはBからCへ毎秒3cmで動きます。Qは2秒おくれて出発します。Pの出発x秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値とxを求めなさい。

(1) $x \cdot y$ ・変域 (2) 式と頂点を求める

(3) 答え _____

y(cm^2) グラフ (かいてよい)

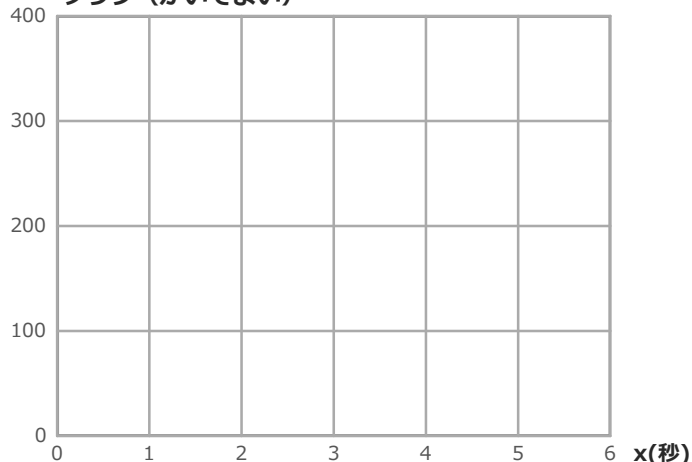


- ③ 正方形ABCD(1辺20cm)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒2cm、QはBからCへ毎秒5cmで動き、QがCに着くと止まります。x秒後の、 $\triangle PBQ$ を除いた残りの面積を $y\text{cm}^2$ とし、最小値とxを求めなさい。

(1) $x \cdot y$ ・変域 (2) 式と頂点を求める

(3) 答え _____

y(cm^2) グラフ (かいてよい)



動く点と面積の問題 ⑤ (条件がふえる) 【こたえ】

なまえ _____

こたえ・考え方・先生へ (配る前に外す)

ひづけ _____

① 出発x秒後の四角形APQCの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	2	4	6	8
面積 y	240	204	192	204	240

式 $y=3x^2-24x+240$

平方完成 $y=3(x-4)^2+192$

変域と頂点から求める

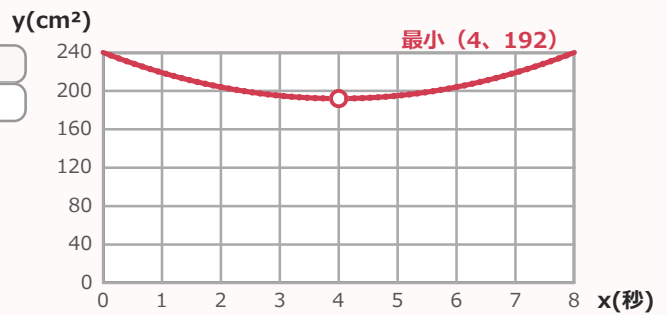
四角形APQC=三角形ABC-三角形PBQ

三角形ABC= $24 \times 20 \div 2 = 240$

三角形PBQ= $(24-3x) \times 2x \div 2$

$y=3(x^2-8x)+240=3(x-4)^2+192$

頂点(4, 192)は変域に入る



確かめ $x=4$ のとき 三角形PBQ= $(24-12) \times 8 \div 2 = 48\text{cm}^2$, $240-48=192\text{cm}^2$

答え $x=4$ のとき最小値 192cm^2

考え方 四角形APQCは、三角形ABCから角にある三角形PBQを引いた残り。 $y=240-(3x^2-24x)=3x^2-24x+240$ 。 x^2 の係数が正なので、頂点(4, 192)で最小になる。

② Pの出発x秒後の△PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	2	4	7	10	12
面積 y	0	48	75	48	0

式 $y=-3x^2+42x-72$

平方完成 $y=-3(x-7)^2+75$

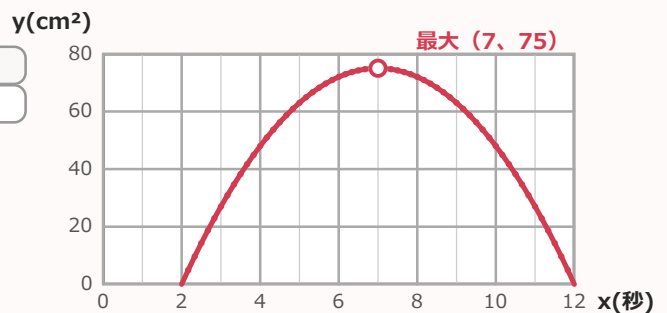
変域と頂点から求める

PB= $24-2x$, BQ= $3(x-2)$

変域: $2 < x < 12$ (12秒後にPがB)

$y=-3(x^2-14x)-72$

頂点(7, 75)は変域に入る



確かめ $x=7$ のとき PB= $24-14=10\text{cm}$, BQ= $3 \times (7-2)=15\text{cm}$, 面積= $10 \times 15 \div 2 = 75\text{cm}^2$

答え $x=7$ のとき最大値 75cm^2 (PB=10cm, BQ=15cm)

考え方 Qは2秒おくれて出発するので、動いた時間は $(x-2)$ 秒で、BQ= $3(x-2)$ 。 $y=(24-2x) \times 3(x-2) \div 2 = -3x^2+42x-72$ 。頂点(7, 75)が変域 $2 < x < 12$ に入る。

③ x秒後の、残りの図形の面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	1	2	3	4
面積 y	400	355	320	295	280

式 $y=5x^2-50x+400$

平方完成 $y=5(x-5)^2+275$

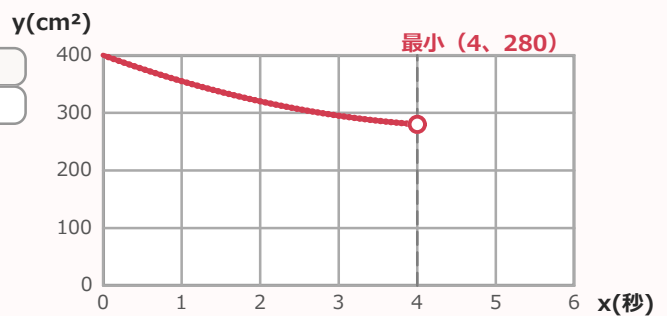
変域と頂点から求める

残り= $400-(20-2x) \times 5x \div 2$

$y=5(x^2-10x)+400$

Qは4秒後にCに着くので $0 < x \leq 4$

頂点 $x=5$ は変域の外。 $x=4$ で最小



確かめ $x=4$ のとき PB=12cm, BQ=20cm, 三角形= 120cm^2 , $400-120=280\text{cm}^2$

頂点のxは条件に合わない 頂点 $x=5$ は、変域 $0 < x \leq 4$ に入らない。

答え $x=4$ のとき最小値 280cm^2

考え方 頂点(5, 275)のxは変域 $0 < x \leq 4$ の外。変域ではxが大きいくほどyが小さいので、右の端 $x=4$ で最小。

先生へ

- ・つまずきやすい所: 面積が三角形1つの式にならない。全体の三角形から引く(四角形APQC)と最小値になること、出発が与えられれば変域とBQの式が変わること、止まる時刻で変域の端が決まることを見落とす。
- ・式が立たないときは、まずxが何か、変域は何かを1つずつ書かせる。それから、2つ目の条件(仕切り・整数・長さの制限)を式や変域に加える。
- ・表やグラフから頂点を読んで答えても正しい。式・表・グラフが同じ頂点になるかを見させる。
- ・答え面は、配る前に外してください。白黒で印刷できます。