

動く点と面積の問題 ①（平方完成の型つき）

なまえ _____

平方完成の型をなぞって、最大・最小を求める

ひづけ _____

(1)x、yが何か→(2)変域→(3)式→(4)平方完成→(5)頂点と変域→(6)答える、の順に解こう。

- ① 直角三角形ABC($\angle B=90^\circ$ 、 $AB=16\text{cm}$ 、 $BC=12\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒2cm、QはBからCへ毎秒1cmで動きます。x秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値とそのときのxを求めなさい。

(1) x は () y は () $y(\text{cm}^2)$ グラフ (かいてよい)

(2) xの変域 ()

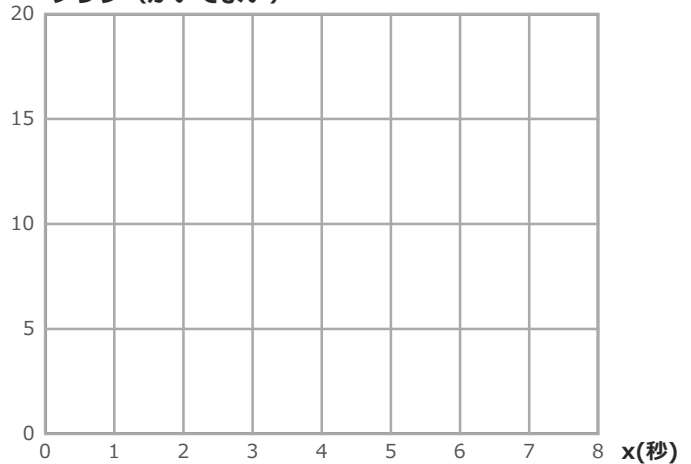
(3) $y = ()x^2 + ()x + ()$

(4) $y = ()(x - ())^2 + ()$

(5) 頂点 (,) 入る・入らない (○)

(6) 答え ()

計算メモ (式の展開・平方完成の途中など)



- ② 直角三角形ABC($\angle B=90^\circ$ 、 $AB=18\text{cm}$ 、 $BC=15\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒3cm、QはBからCへ毎秒2cmで動きます。x秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値とそのときのxを求めなさい。

(1) x は () y は () $y(\text{cm}^2)$ グラフ (かいてよい)

(2) xの変域 ()

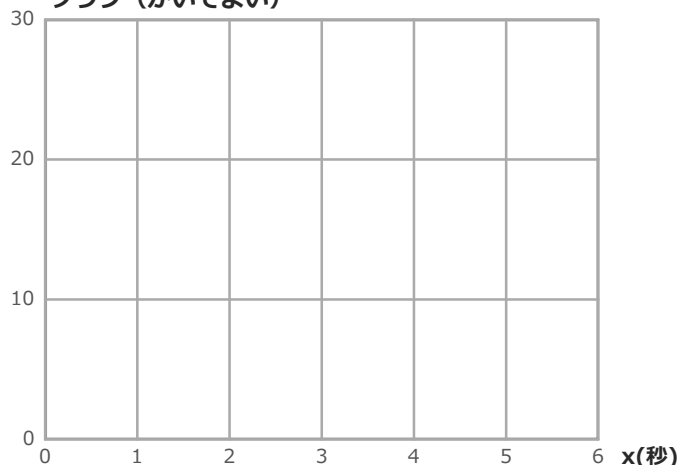
(3) $y = ()x^2 + ()x + ()$

(4) $y = ()(x - ())^2 + ()$

(5) 頂点 (,) 入る・入らない (○)

(6) 答え ()

計算メモ (式の展開・平方完成の途中など)



- ③ 直角三角形ABC($\angle B=90^\circ$ 、 $AB=24\text{cm}$ 、 $BC=10\text{cm}$)で、P、Qは同時に出発し、PはAからBへ毎秒4cm、QはBからCへ毎秒1cmで動きます。x秒後の $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とし、最大値とそのときのxを求めなさい。

(1) x は () y は () $y(\text{cm}^2)$ グラフ (かいてよい)

(2) xの変域 ()

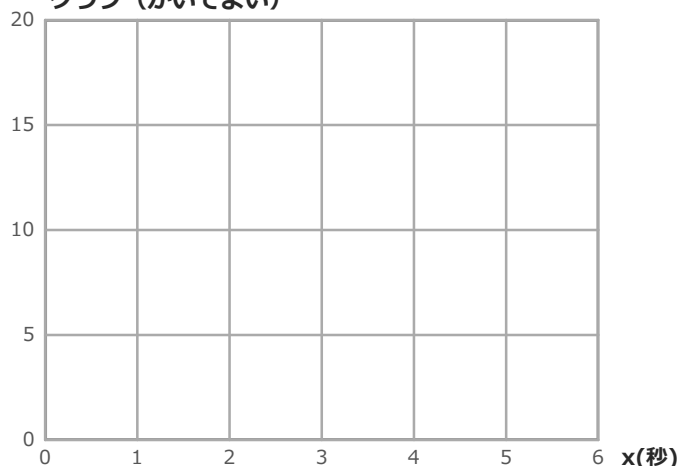
(3) $y = ()x^2 + ()x + ()$

(4) $y = ()(x - ())^2 + ()$

(5) 頂点 (,) 入る・入らない (○)

(6) 答え ()

計算メモ (式の展開・平方完成の途中など)



動く点と面積の問題 ①（平方完成の型つき）【こたえ】

なまえ _____

こたえ・考え方・先生へ（配る前に外す）

ひづけ _____

① 出発x秒後の三角形PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	2	4	6	8
面積 y	0	12	16	12	0

式 $y = -x^2 + 8x$

平方完成 $y = -(x-4)^2 + 16$

変域と頂点から求める

変域：PがBに着くのは $16 \div 2 = 8$ 秒後。 $0 < x < 8$

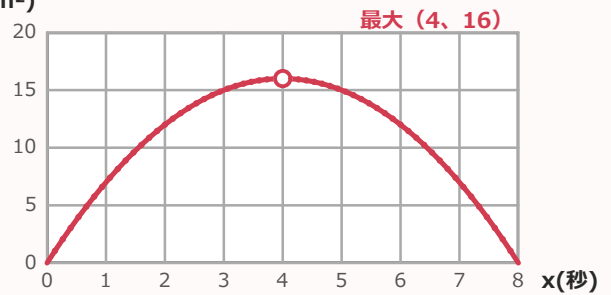
$$y = -(x^2 - 8x)$$

$$y = -((x-4)^2 - 16)$$

$$y = -(x-4)^2 + 16$$

頂点 (4, 16) は変域 $0 < x < 8$ に入る

y(cm^2)



確かめ x=4のとき PB=16-8=8cm、BQ=4cm、面積=8×4÷2=16 cm^2

答え x=4のとき最大値16 cm^2 (PB=8cm、BQ=4cm)

考え方 x秒後はPB=16-2x、BQ=x。面積は $y = (16-2x) \times x \div 2 = -x^2 + 8x$ 。平方完成すると頂点が(4, 16)。

② 出発x秒後の三角形PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	2	3	4	6
面積 y	0	24	27	24	0

式 $y = -3x^2 + 18x$

平方完成 $y = -3(x-3)^2 + 27$

変域と頂点から求める

変域：PがBに着くのは $18 \div 3 = 6$ 秒後。 $0 < x < 6$

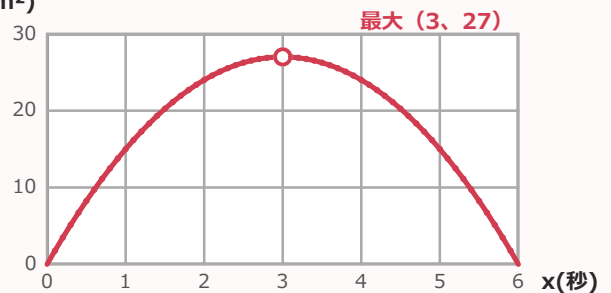
$$y = -3(x^2 - 6x)$$

$$y = -3((x-3)^2 - 9)$$

$$y = -3(x-3)^2 + 27$$

頂点 (3, 27) は変域 $0 < x < 6$ に入る

y(cm^2)



確かめ x=3のとき PB=18-9=9cm、BQ=6cm、面積=9×6÷2=27 cm^2

答え x=3のとき最大値27 cm^2 (PB=9cm、BQ=6cm)

考え方 x秒後はPB=18-3x、BQ=2x。面積は $y = (18-3x) \times 2x \div 2 = -3x^2 + 18x$ 。平方完成すると頂点が(3, 27)。

③ 出発x秒後の三角形PBQの面積を $y\text{cm}^2$ とする

x(秒)	0	1	3	5	6
面積 y	0	10	18	10	0

式 $y = -2x^2 + 12x$

平方完成 $y = -2(x-3)^2 + 18$

変域と頂点から求める

変域：PがBに着くのは $24 \div 4 = 6$ 秒後。 $0 < x < 6$

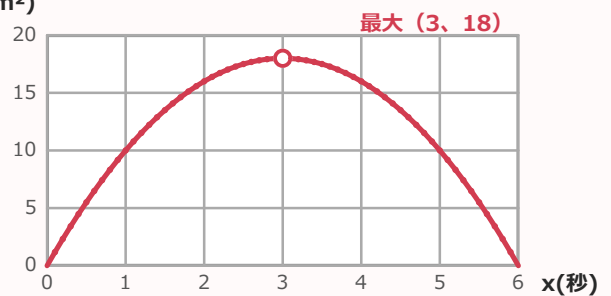
$$y = -2(x^2 - 6x)$$

$$y = -2((x-3)^2 - 9)$$

$$y = -2(x-3)^2 + 18$$

頂点 (3, 18) は変域 $0 < x < 6$ に入る

y(cm^2)



確かめ x=3のとき PB=24-12=12cm、BQ=3cm、面積=12×3÷2=18 cm^2

答え x=3のとき最大値18 cm^2 (PB=12cm、BQ=3cm)

考え方 x秒後はPB=24-4x、BQ=x。面積は $y = (24-4x) \times x \div 2 = -2x^2 + 12x$ 。平方完成すると頂点が(3, 18)。

先生へ

- ・つまずきやすい所：動く点の位置を「速さ×時間」で表せず、PB=AB-2xのように「全体の長さからひく」向きをまちがえて、面積の式 $y = PB \times BQ \div 2$ が立たない。または平方完成で、-2などをかけて外に出す所の符号を誤る。
- ・(4)の平方完成で、かつこの中の半分の2乗をたして引く所と、-2などをかけて外に出す所でつまずく。「xの係数の半分」を先に書かせ、 $(x-\square)^2$ を展開してもとにもどるか確かめさせる。
- ・表やグラフから頂点を読んで答えても正しい。式・表・グラフが同じ頂点になるかを見させる。
- ・答え面は、配る前に外してください。白黒で印刷できます。