

二次方程式の利用（面積）のときかた①

6つのステップ・例題1・ここだけ注意

なまえ _____

ひづけ _____

解き方の型 — 6つのステップ

① 求めたいものをxとおく

② ほかの長さをxで表す

③ 面積の式をつくる（方程式）

④ $=0$ の形にして解く

⑤ 解を問題にもどして吟味

⑥ 単位つきで答える

例題 縦が横より3cm長い長方形。面積が 40cm^2 のとき、横は何cm？



横 x

縦 $x+3$
(3cm長い)

STEP1 求めたいものをxとおく

横 = x cm

ひとこと: 求めたいもの（横）を文字におく。

STEP2 ほかの長さをxで表す

縦 = $x+3$

ひとこと: 縦は横より3cm長いので、横 x に3をたす。

STEP3 面積の式をつくる

縦 $\times$ 横 = 面積 $x(x+3)=40$

ひとこと: 図の面積を式にする。右は問題の面積。

STEP4 カッコをはずし、 $=0$ の形にして解く

$$x^2 + 3x = 40$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$(x+8)(x-5) = 0$$

$$x+8=0 \text{ または } x-5=0$$

$$x = -8, x = 5$$

ひとこと: カッコをはずして、右辺を左辺にうつす（移項）。

かけて0になるなら、どちらかが0。

STEP5 解を問題にもどして吟味する

x の値	各長さ	問題に合うか
$x = -8$	横 -8cm 、縦 -5cm	✗ 長さが負になる
$x = 5$	横 5cm 、縦 8cm	○ 面積 $5 \times 8 = 40$ で一致

STEP6 答えを書く

横の長さは 5cm （縦は 8cm ）

ここでまちがえる！ 2つの注意（ほかのミスは4面）

- ・解は2つ出る。長さは正の数なので、負の長さになる解は捨てる。
- ・たずねられているものを答える。xは横。縦をきかれたら $5+3=8$ 。



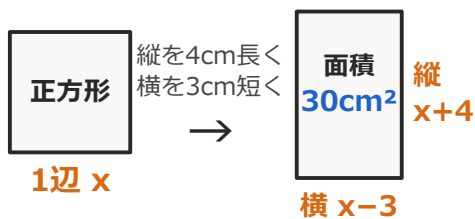
二次方程式の利用（面積）のときかた②

例題2・例題3（分配の途中行・道の幅）

なまえ _____

ひづけ _____

例題2 ある正方形の縦を4cm長く、横を3cm短くして長方形をつくったら、面積が30cm²になりました。もとの正方形の1辺は何cmですか。



STEP1 求めたいものをxとおく

もとの正方形の1辺をxcmとする

STEP2 ほかの長さをxで表す

$$\text{縦} = x + 4$$

$$\text{横} = x - 3$$

ひとつこ: 4cm長くする。3cm短くする。

STEP3 面積の式をつくる（方程式）

$$(x + 4)(x - 3) = 30$$

縦×横=面積（図の面積を式にする）

STEP4 かけこをはずし、=0の形にして解く

$$x \times x - x \times 3 + 4 \times x - 4 \times 3 = 30$$

$$x^2 + x - 12 = 30$$

$$x^2 + x - 42 = 0$$

$$(x + 7)(x - 6) = 0$$

$$x + 7 = 0 \text{ または } x - 6 = 0$$

$$x = -7, x = 6$$

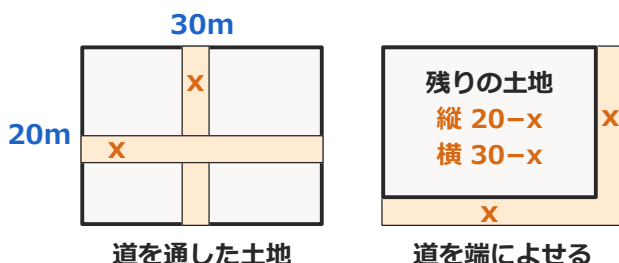
ひとつこ: かけこは1つ1つにかけてははずす（分配）。かけて-42、たして1になる2つの数は-6と7。かけて0なら、どちらかが0。

STEP5 解を問題にもどして吟味する

xの値	各長さ	問題に合うか
x = -7	縦-3cm 横-10cm	✗ 長さが負
x = 6	縦10cm 横3cm	○ 面積が合う

STEP6 もとの正方形の1辺は6cm

例題3 縦20m、横30mの長方形の土地に、図のように縦の道1本と横の道1本を、土地の端から端まで同じ幅で通します。道をのぞいた残りの面積が459m²のとき、道の幅は何mですか。



STEP1 求めたいものをxとおく

道の幅をxcmとする

STEP2 ほかの長さをxで表す

$$\text{残りの縦} = 20 - x$$

$$\text{残りの横} = 30 - x$$

ひとつこ: 縦の道を右はしへ、横の道を下はしへ寄せて考えると、残りの縦は20mから道の幅xmをひいたぶん。横も同じように、30mからxmをひく。

STEP3 面積の式をつくる（方程式）

$$(20 - x)(30 - x) = 459$$

残りの縦×残りの横=残りの面積（図の面積を式にする）

STEP4 かけこをはずし、=0の形にして解く

$$20 \times 30 - 20 \times x - x \times 30 + x \times x = 459$$

$$x^2 - 50x + 600 = 459$$

$$x^2 - 50x + 141 = 0$$

$$(x - 3)(x - 47) = 0$$

$$x - 3 = 0 \text{ または } x - 47 = 0$$

$$x = 3, x = 47$$

ひとつこ: かけこは1つ1つにかけてははずす（分配）。かけて141、たして-50になる2つの数は-47と-3。かけて0なら、どちらかが0。

STEP5 解を問題にもどして吟味する

xの値	各長さ	問題に合うか
x = 3	縦17m 横27m	○ 面積が合う
x = 47	縦-27m 横-17m	✗ 長さが負

STEP6 道の幅は3m



二次方程式の利用（面積）のときかた③

例題4・例題5・吟味のまとめ

なまえ _____

ひづけ _____

例題4 縦16cm、横24cmの長方形の厚紙があります。四隅から同じ大きさの正方形を切り取って、ふたのない箱をつくりま



STEP1 求めたいものをxとおく

切り取る正方形の1辺をxcmとする

STEP2 ほかの長さをxで表す

底の縦 = $16 - 2x$

底の横 = $24 - 2x$

STEP3 面積の式をつくる（方程式）

$$(16 - 2x)(24 - 2x) = 180$$

STEP4 カッコをはずし、=0の形にして解く

$$16 \times 24 - 16 \times 2x - 2x \times 24 + 2x \times 2x = 180$$

$$4x^2 - 80x + 384 = 180$$

$$4x^2 - 80x + 204 = 0$$

$$x^2 - 20x + 51 = 0 \quad \leftarrow \text{両辺を4でわる}$$

$$(x - 3)(x - 17) = 0 \quad \leftarrow \text{かけて51、たして-20}$$

$$x - 3 = 0 \text{ または } x - 17 = 0$$

$$x = 3, x = 17$$

STEP5 解を問題にもどして吟味する

xの値	各長さ	問題に合うか
$x = 3$	底の縦10cm 底の横18cm	○ 面積が合う
$x = 17$	縦-18cm 横-10cm	✗ 長さが負

STEP6

切り取る正方形の1辺は3cm

例題5 周の長さが20cmで、面積が21cm²の長方形があります。縦の長さは何cmですか。ただし、縦は横より短いとします。

周20cm → 縦+横は周の半分で10cm



STEP1 求めたいものをxとおく

縦の長さをxcmとする

STEP2 ほかの長さをxで表す

横 = $10 - x$

STEP3 面積の式をつくる（方程式）

$$x(10 - x) = 21$$

STEP4 カッコをはずし、=0の形にして解く

$$-x^2 + 10x = 21$$

$$-x^2 + 10x - 21 = 0$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0 \quad \leftarrow \text{両辺に-1をかける}$$

$$(x - 3)(x - 7) = 0 \quad \leftarrow \text{かけて21、たして-10}$$

$$x - 3 = 0 \text{ または } x - 7 = 0$$

$$x = 3, x = 7$$

STEP5 解を問題にもどして吟味する

xの値	各長さ	問題に合うか
$x = 3$	縦3cm 横7cm	○ 面積が合う
$x = 7$	縦7cm 横3cm	✗ 縦が長い

STEP6

縦の長さは3cm(横は7cm)

吟味のまとめ — 5つの例題で、どの解を捨てたか

例題	出た解	捨てる解	捨てる理由
例題1 辺の長さの差がわかっている	$x = -8, 5$	$x = -8$	横が-8cmになる
例題2 正方形の辺をのばしたり縮めたりする	$x = -7, 6$	$x = -7$	もとの1辺が-7cmになる
例題3 土地に同じ幅の道を通す	$x = 3, 47$	$x = 47$	残りの縦が-27mになる
例題4 四隅を切り取って箱をつくる	$x = 3, 17$	$x = 17$	底の縦が-18cmになる
例題5 まわりの長さがわかっている	$x = 3, 7$	$x = 7$	縦が横より長くなる

捨てる理由は2種類だけ。①長さが0以下になる（例題1～4） ②問題の条件に合わない（例題5）
どちらの解も長さとして正のとき（例題5）は、縦と横が入れかわるだけ。条件で1つに決める。



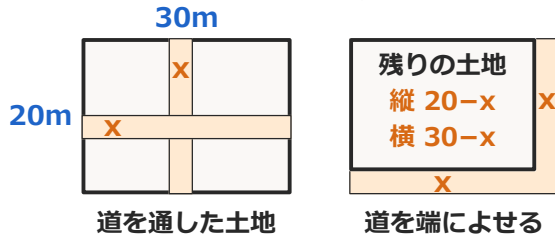
二次方程式の利用（面積）のときかた④

道を端によせる理由・ミス4選・練習6問

なまえ _____

ひづけ _____

なぜ、道を端によせて考えてよいの？



道の面積は、道を平行に動かしても変わらない。縦の道を右はしへ、横の道を下はしへずらすと、残りの土地はひとつの長方形になる。縦は $(20-x)$ m、横は $(30-x)$ m。だから面積は $(20-x)(30-x)$ と、かけ算1つで書ける。道が土地の中央を通っていても面積は同じ。

ここもまちがえやすい！ ミス4選（1面の2つの注意のほかに）

展開のとき（例題3の式）

$$\begin{aligned} & \times (20-x)(30-x) = 600 - 50x - x^2 \\ & \bigcirc (-x) \times (-x) = +x^2 \text{ なので } 600 - 50x + x^2 \end{aligned}$$

=0にしないで因数分解（例題1の式）

$$\begin{aligned} & \times x(x+3)=40 \text{ だから } x=40 \text{ または } x+3=40 \\ & \bigcirc x^2+3x-40=0 \text{ にしてから因数分解} \end{aligned}$$

面積の式のとき（例題1）

$$\begin{aligned} & \times \text{面積の式を } x+(x+3)=40 \text{ と足し算にする} \\ & \bigcirc \text{面積は縦} \times \text{横。} x(x+3)=40 \text{ と書く} \end{aligned}$$

切り取る長さ（例題4の箱）

$$\begin{aligned} & \times \text{底の縦を } 16-x \text{ とする} \\ & \bigcirc \text{上下の両はしから切るので } 16-2x \end{aligned}$$

練習問題 6ステップで解こう（こたえは5面）

- ① 縦が横より5cm短い長方形があります。面積が 84cm^2 のとき、横の長さは何cmですか。

図・式・答え（捨てる解も書く）

- ② ある正方形の縦を2cm長く、横を5cm長くして長方形をつくったら、面積が 108cm^2 になりました。もとの正方形の1辺は何cmですか。

図・式・答え（捨てる解も書く）

- ③ 縦15m、横24mの長方形の土地に、縦の道1本と横の道1本を、土地の端から端まで同じ幅で通します。残りの面積が 286m^2 のとき、道の幅は何mですか。

図・式・答え（捨てる解も書く）

- ④ 縦20cm、横30cmの長方形の厚紙の四隅から、同じ大きさの正方形を切り取って、ふたのない箱をつくります。底の面積が 336cm^2 のとき、切り取る正方形の1辺は何cmですか。

図・式・答え（捨てる解も書く）

- ⑤ 周の長さが24cmで、面積が 32cm^2 の長方形があります。縦は横より短いとして、縦の長さを求めなさい。

図・式・答え（捨てる解も書く）

- ⑥ 縦8m、横12mの長方形の花だんのまわり四方に、同じ幅の道をつけます。道と花だんを合わせた全体の面積が 192m^2 になるとき、道の幅は何mですか。

図・式・答え（捨てる解も書く）
ヒント：全体の縦・横は何m長くなる？



二次方程式の利用（面積）のときかた⑤【こたえ】

練習6問のこたえ・先生へ

なまえ _____

ひづけ _____

練習問題のこたえ（4面）

① $x(x-5)=84$

$$x^2-5x=84$$

$$x^2-5x-84=0$$

$$(x+7)(x-12)=0$$

$$x = -7, 12$$

$x=-7$ は長さが負なので捨てる
確かめ: $12 \times 7 = 84$ (面積と一致)

答え 横12cm(縦7cm)

考え方

横を x とおく。縦は横より5cm短いので $x-5$ 。

② $(x+2)(x+5)=108$

$$x^2+7x+10=108$$

$$x^2+7x-98=0$$

$$(x+14)(x-7)=0$$

$$x = -14, 7$$

$x=-14$ は長さが負なので捨てる
確かめ: $9 \times 12 = 108$ (面積と一致)

答え 7cm

考え方

もとの正方形の1辺を x とおく。縦は $x+2$ 、横は $x+5$ 。

③ $(15-x)(24-x)=286$

$$x^2-39x+360=286$$

$$x^2-39x+74=0$$

$$(x-2)(x-37)=0$$

$$x = 2, 37$$

$x=37$ は $15-x=-22$ で負。捨てる
確かめ: $13 \times 22 = 286$ (面積と一致)

答え 2m

考え方

道の幅を x とおく。道を端によせると、残りは縦 $15-x$ 、横 $24-x$ の長方形。

④ $(20-2x)(30-2x)=336$

$$4x^2-100x+264=0$$

$$x^2-25x+66=0$$

$$(x-3)(x-22)=0$$

$$x = 3, 22$$

$x=22$ は $20-2x=-24$ で負。捨てる
確かめ: $14 \times 24 = 336$ (面積と一致)

答え 3cm

考え方

切り取る1辺を x とおく。両はしから2回ずつ切るので、縦 $20-2x$ 、横 $30-2x$ 。

⑤ $x(12-x)=32$

$$-x^2+12x-32=0$$

$$x^2-12x+32=0$$

$$(x-4)(x-8)=0$$

$$x = 4, 8$$

$x=8$ は縦が横より長い。捨てる
確かめ: $4 \times 8 = 32$ (面積と一致)

答え 縦4cm(横8cm)

考え方

縦を x とおく。周24cmなので縦+横は12(周の半分)。横は $12-x$ 。どちらの解も正なので、条件(縦は横より短い)で決める。

⑥ $(8+2x)(12+2x)=192$

$$4x^2+40x-96=0$$

$$x^2+10x-24=0$$

$$(x+12)(x-2)=0$$

$$x = -12, 2$$

$x=-12$ は長さが負なので捨てる
確かめ: $12 \times 16 = 192$ (面積と一致)

答え 2m

考え方

道の幅を x とおく。花だんの両がわに道がつくので、全体は縦 $8+2x$ 、横 $12+2x$ 。

先生へ この5面の使い方の例

・配り方の例: 面1と面2、面3と面4を表裏にして両面印刷する。面4は生徒が書き込む。答え面(面5)は先生が持つか、丸つけのあとで配る。

・1面: 6つのステップを声に出して読み合わせ、例題1を追う。ステップ5の表で「負の長さは捨てる」を体験させる。

・2面: 例題2は分配の途中行(4つの積)を、例題3は図2枚を見比べて「道を端によせる」を板書で追う。

・3面: 例題4は $\div 4$ で簡単にする行、例題5は両方の解が正で条件で決める型。まとめ表で、捨てる理由が2種類だと気づかせる。

・4面: ミス4選を読み、練習6問は記入枠に図をかかせてから式を立てさせる。練習⑥だけ新しい型(外がわの道)。

・つまずきの診断(机間で見ると): ①何を x とおくか ②長さの式($2x$ の取り違い) ③展開の符号 ④因数分解(積が c で和が b の2数を探す。 x^2 の前が $-$ なら -1 をかける) ⑤吟味を忘れて解を2つとも答えにする。

・答えが合わないとき: 式が合っている解を2つとも書いていたら、STEP5に戻して「長さが負になっていないか」を確かめさせる。

・根拠: 中学校学習指導要領解説(数学編)の二次方程式の利用(p.142付近)は、求めた解が問題に適しているかを場面にもどして確かめることを重視している。この紙は因数分解だけで解く(解の公式は使わない)。