

解の公式のつかい方①

公式・5つの手順・例題1・ここだけ注意

なまえ _____

ひづけ _____

解の公式

$ax^2 + bx + c = 0$ のとき

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

a ... x^2 の前の数 b ... x の前の数 c ...数だけの項

使う前のチェック

- ① 式が「 $= 0$ 」の形になっている
右辺に何か残っていたら、
左にうつす（移項）
- ② a は 0 ではない
 a が 0 だと x^2 が消えて、
二次方程式ではなくなる

解き方の型 — 5つの手順

① $=0$ の形にする
(移項)

② a, b, c を
メモする

③ 公式に
代入する

④ $\sqrt{\quad}$ の中を計算
→簡単に

⑤ 約分して
答えを書く

例題 $2x^2 - 3x - 4 = 0$ を解こう

手順② a, b, c をメモする（符号もいっしょに）

$$a = 2, \quad b = -3, \quad c = -4$$

ひとつこと: $-$ がつくものは「 $-$ ごと」書く。

手順③ 公式に代入する

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2}$$

ひとつこと: a に 2 、 b に -3 、 c に -4 を入れる。負の数はかならずかっこ。

手順④ $\sqrt{\quad}$ の中を先に計算する

$$(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-4) = 9 + 32 = 41$$

ひとつこと: $(-3)^2$ は 9 (2乗は+)。 $-4 \times 2 \times (-4)$ は $+32$ ($-$ が2つで+)。

手順⑤ 分子をまとめる — これが答え

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{4} \quad \leftarrow \text{答え}$$

ひとつこと: $-(-3)$ は $+3$ 。 41 は 整数の2乗ではないので $\sqrt{41}$ のまま。約分もなし。

ここでまちがえる！ 4つの注意（つづきは3面）

- ・ $-b$ は「 b と逆の符号」。 $b = -3$ なら $-b = 3$ ($-$ が2つで+)。
- ・ $(-3)^2$ は 9 。2乗すると+になる。 -9 と書かない。
- ・ $-4ac$ の符号。 $-4 \times 2 \times (-4) = +32$ 。かけ算の符号を先に決める。
- ・ 約分は、分子の ぜんぶの数と分母を いっしょに割る。一部だけ約分しない。



解の公式のつかい方②

移項・約分の例題／答えが1つ・解なしになるとき

なまえ _____

ひづけ _____

例題2 移項が必要な形 $2x^2 = 5x + 1$

手順① $=0$ の形にする

$$2x^2 = 5x + 1 \rightarrow 2x^2 - 5x - 1 = 0$$

右辺を左にうつす(移項)。うつすと符号が逆になる。

手順② a, b, c をメモする(符号もいっしょに)

$$a = 2, \quad b = -5, \quad c = -1$$

-がつくものは「-ごと」書く。

手順③ 公式に代入する

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$

a に 2、 b に -5、 c に -1 を入れる。負の数はかならずかっこ。

手順④ $\sqrt{\quad}$ の中を先に計算する

$$(-5)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 25 + 8 = 33$$

$(-5)^2$ は 25。 $-4 \times 2 \times (-1)$ の符号にちゅうい。

手順⑤ 分子をまとめる — これが答え

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$-(-5)$ は +5。33 は整数の2乗ではないので $\sqrt{33}$ のまま。

例題3 約分が出る形 $3x^2 + 2x - 2 = 0$

手順② a, b, c をメモする(符号もいっしょに)

$$a = 3, \quad b = 2, \quad c = -2$$

-がつくものは「-ごと」書く。

手順③ 公式に代入する

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$$

a に 3、 b に 2、 c に -2 を入れる。負の数はかならずかっこ。

手順④ $\sqrt{\quad}$ の中を先に計算する

$$2^2 - 4 \times 3 \times (-2) = 4 + 24 = 28$$

2^2 は 4。 $-4 \times 3 \times (-2)$ の符号にちゅうい。

手順④ $\sqrt{\quad}$ を簡単にする

$$\sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = 2\sqrt{7}$$

$28 = 4 \times 7$ 。4 は 2×2 なので $\sqrt{\quad}$ の外に 2 が出る。

手順⑤ 分子をまとめる

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{7}}{6}$$

手順⑤ 約分する — これが答え

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{3}$$

分子の ぜんぶの数 (2 と 2) と分母 6 を 2 で割る。一部だけ約分しない。

$\sqrt{\quad}$ の中の数で、答えの数かわる

$\sqrt{\quad}$ の中が プラスのとき

→ 答えは2つ

$$2x^2 - 5x - 1 = 0$$

$\sqrt{\quad}$ の中 = 33

+と-で、答えが2つ出る。例題2と同じ式。

$$\text{答え } x = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$\sqrt{\quad}$ の中が 0 のとき

→ 答えは1つ(重解)

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$\sqrt{\quad}$ の中 = 0

± 0 は +0 も -0 も同じ数。だから答えは1つだけ(重解)。

$$\text{答え } x = 3$$

$\sqrt{\quad}$ の中が マイナスのとき

→ 解なし

$$x^2 + 2x + 3 = 0$$

$\sqrt{\quad}$ の中 = -8

2乗して負になる数はない。だから解はない。

$$\text{答え 解なし}$$

ここまでのまとめ

- ・解の公式は、 a, b, c を書き出して 代入する。そのあと $\sqrt{\quad}$ の中 $\rightarrow \sqrt{\quad}$ を簡単に $\rightarrow$ 約分 の順に進む。
- ・ $\sqrt{\quad}$ の中を 先に計算すると、答えが 2つ・1つ・なし のどれかが 早く分かる。
- ・約分は、分子の ぜんぶの数 (±の両側の数) と分母を、同じ数で割る。一部だけ割らない。



解の公式のつかい方③

因数分解との使い分け・ミス4選・練習6問

なまえ _____

ひづけ _____

因数分解と解の公式、どっちを使う？

「かけて c、たして b になる2つの数」が見つかる → 因数分解（速い）
見つからない → 解の公式（かならず解ける） 例: $x^2 + 4x - 2 = 0$ は 見つからない → 公式
因数分解できる式でも、解の公式で解いて 同じ答え になる。 $x^2 - 5x + 6 = 0$ で くらべよう。

因数分解

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$
$$x - 2 = 0 \text{ または } x - 3 = 0$$

答え $x = 2, x = 3$

解の公式

$$a = 1, b = -5, c = 6$$
$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1}$$
$$x = \frac{5 \pm 1}{2} \rightarrow x = 3, x = 2$$

答え $x = 3, x = 2$

ここもまちがえやすい！ ミス4選（1面の4つのほかに）

移項を忘れる ($2x^2 = 5x + 1$)

× $b = 5, c = 1$

○ 右辺を左へ → $b = -5, c = -1$

x^2 の前に数を書いてない ($x^2 + 3x - 1 = 0$)

× $a = 0$

○ 書いてない $= 1 \rightarrow a = 1$

「- 1」の符号を落とす ($x^2 + 3x - 1 = 0$)

× $c = 1$

○ $c = -1$ (引く項は -ごと)

± の片方だけ書く (例題1)

× $x = (3 + \sqrt{41})/4$ だけ

○ +と-の 2つ書く

練習問題 解の公式で解こう（こたえは 5面）

① $x^2 + 3x - 1 = 0$

② $2x^2 - 4x - 3 = 0$

③ $3x^2 - x - 2 = 0$

④ $x^2 - 6x + 9 = 0$

⑤ $x^2 + x + 1 = 0$

⑥ $x^2 + x = 1$
(まず $= 0$ の形に)



解の公式のつかい方④

公式が導かれるわけ（読んで納得したい人向け）

なまえ _____

ひづけ _____

公式を使うだけなら、この面は読まなくても大丈夫。でも「なぜこの形になるのか」が分かると、忘れにくくなる。
やっていることは、平方の形に変形して解く方法を、文字のままやるだけ。
左に文字の式、右に数字の式（ $2x^2 + 8x + 3 = 0$ ）を並べて、同じ順に たどろう。

おさらい 平方の形に変形して解く（ $x^2 + 6x + 2 = 0$ ）

$$x^2 + 6x = -2 \quad \leftarrow \text{数だけの項を右にうつす}$$

$$x^2 + 6x + 9 = -2 + 9 \quad \leftarrow x \text{ の係数 } 6 \text{ の半分 } 3 \text{ の } 2 \text{ 乗 } 9 \text{ を、両辺にたす}$$

$$(x + 3)^2 = 7 \rightarrow x + 3 = \pm \sqrt{7} \rightarrow x = -3 \pm \sqrt{7}$$

文字の式

数字の式（ $2x^2 + 8x + 3 = 0$ ）

導出1 両辺を a で割る

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + 4x + \frac{3}{2} = 0$$

導出2 数だけの項を右にうつす

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + 4x = -\frac{3}{2}$$

導出3 xの係数の半分の2乗を 両辺にたす

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$x^2 + 4x + 4 = -\frac{3}{2} + 4$$

導出4 左辺を $(x + \square)^2$ に、右辺を通分

$$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$(x + 2)^2 = \frac{5}{2}$$

導出5 平方根をとる（±をつける）

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x + 2 = \pm \sqrt{\frac{5}{2}} = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

導出6 xについて解く

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{2}$$

この導出から分かること

- ・導出3の「半分の2乗をたす」が、左辺を $(x + \square)^2$ の形にするコツ。
- ・導出5で $\sqrt{\quad}$ の中が $b^2 - 4ac$ になる。これが プラス → 答え2つ / 0 → 答え1つ / マイナス → 解なし の分かれ目。
- ・最後の式が解の公式そのもの。数字の式（ $2x^2 + 8x + 3 = 0$ ）の答えも、公式に $a = 2, b = 8, c = 3$ を入れた結果と一致する。



解の公式のつかい方⑤【こたえ】

練習6問のこたえ・先生へ

なまえ _____

ひづけ _____

練習問題の こたえ (3面)

① $x^2 + 3x - 1 = 0$

$a = 1, b = 3, c = -1$

√の中 = 13

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

考え方

√13 は これ以上 簡単にならない。分子の 3・√13 と 分母 2 に 共通の約数がないので 約分もなし。

② $2x^2 - 4x - 3 = 0$

$a = 2, b = -4, c = -3$

√の中 = 40

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

考え方

√40 = 2√10。分子の ぜんぶの数 (4 と 2) と 分母 4 を 2 で割る。

③ $3x^2 - x - 2 = 0$

$a = 3, b = -1, c = -2$

√の中 = 25

$$x = 1, x = -\frac{2}{3}$$

考え方

√25 = 5 なので √がはずれる。+は 6÷6=1、-は -4÷6=-2/3。

④ $x^2 - 6x + 9 = 0$

$a = 1, b = -6, c = 9$

√の中 = 0

$$x = 3$$

考え方

√の中が 0。±0 は同じ数なので 答えは 1つ (重解)。

⑤ $x^2 + x + 1 = 0$

$a = 1, b = 1, c = 1$

√の中 = -3

解なし

考え方

√の中が -3。2乗して負になる数はないので 解なし。

⑥ $x^2 + x = 1$

= 0 の形 → $x^2 + x - 1 = 0$

$a = 1, b = 1, c = -1$

√の中 = 5

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

考え方

まず 移項して $x^2 + x - 1 = 0$ 。a=1, b=1, c=-1 を入れる。

先生へ この5面の使い方の例

- ・1面: 公式と5つの手順 (①～⑤) を読み合わせる。色 (a=紫・b=青・c=緑) は目印。白黒印刷でも、式の下に「a に 2、b に -3…」の文を手がかりにできる。
- ・2面: 例題2・3を 板書で追う。「移項の符号」「約分は ぜんぶの数を 同じ数で割る」を声に出させる。
- ・3面: まず 因数分解できるか 見分けさせ、練習6問は 1面の手順どおり 途中式を書かせる。
- ・4面: 発展 (導出1～6)。公式を使うだけの生徒には 読ませなくてよい。数字の式と ならべて 見る。
- ・つまずきの診断: -b の符号・ $(-3)^2$ を -9 にする・ $-4ac$ の符号・約分 (一部だけ) の4つを 机間で見える。
- ・練習の見どころ: ① √のまま (約分なし) ② 約分 (2で割る) ③ √がはずれて 分数の答え ④ 重解 ⑤ 解なし ⑥ 移項してから。
- ・根拠: 学習指導要領解説 (数学編) は、係数が数字の式を平方の形に変形する手順と対比して、公式が導かれる過程を知ることが重視している。